

# 遥感时间序列驱动的地表动态变化过程建模

唐婷<sup>1</sup>, 张正<sup>1</sup>, 史科理<sup>1,2</sup>, 亢明<sup>4</sup>, 赵智韬<sup>1,2</sup>, 赵俊芳<sup>4</sup>, 闫冬梅<sup>1,2,3</sup>

1. 中国科学院空天信息创新研究院, 北京 100094;
2. 中国科学院大学 电子电气与通信工程学院, 北京 101408;
3. 可持续发展大数据国际研究中心, 北京 100094;
4. 中国地质大学(北京) 数理学院, 北京 100083

**摘要:** 地表变化是遥感领域的重点研究对象之一, 掌握地表随时间演化的规律是对地观测研究中一项长期且艰巨的任务, 在自然资源、生态环境、防灾减灾等诸多领域具有深远影响。然而由于地表变化驱动因子及其作用机理的复杂性, 关于地表动态变化过程的建模大多是简化的或局部的, 较难形成完备的物理模型与数学公式表达。从方法论的角度而言, 伴随着近年来大数据与 AI for Science 方法的快速发展, 数据驱动的动态演化系统建模方法发展迅速, 可以直接以观测数据序列为输入构建数据吻合度高的数据模型, 作为物理模型的高保真近似甚至替代。本文梳理了3类可用于地表动态变化过程建模的数据驱动方法, 即时空模态分解、主控偏微分方程反演、以及状态变量发现网络, 分别利用这3类方法进行遥感图像时间序列建模, 并通过时间序列影像预测评估建模精度, 实验结果初步验证了数据驱动建模方法的有效性, 显示了3类方法各自的特点、研究价值与应用前景。

**关键词:** 地表动态, 时间序列, 过程建模, 模态分解, 偏微分方程, 自编码器, 数据驱动, 稀疏回归

**中图分类号:** TP701/P2

**引用格式:** 唐婷, 张正, 史科理, 亢明, 赵智韬, 赵俊芳, 闫冬梅. 2025. 遥感时间序列驱动的地表动态变化过程建模. 遥感学报, 29 (6): 1659–1680

Tang P, Zhang Z, Shi K L, Kang M, Zhao Z T, Zhao J F and Yan D M. 2025. Remote sensing time series driven modeling of land surface dynamics. National Remote Sensing Bulletin, 29 (6): 1659–1680 [DOI: 10.11834/jrs.20254372]

## 1 引言

卫星对地观测数据作为地球地表动态变化的系列快照, 记录了地球地表变化的过程(周翔等, 2024; 康利鸿等, 2024)。这种记录从对地观测卫星诞生以来已有超过40年的历史。从地球地表变化的过程记录或者说地表变化的轨迹中能否得到表征地球地表变化的演化模式, 这需要给地球地表的动态系统建立演化模型, 这是一个非常困难的问题。地球系统是一个复杂的巨系统, 地球表面系统是其中的子系统之一, 驱动其动态变化的因素众多。发生在陆地表层的所有物理、化学、生物过程, 及其与大气、海洋的相互作用过程也称陆面过程。陆面过程模式定量描述这些过程以

及研究人类活动与环境相互作用的数学物理模式, 并可通过计算机实现仿真, 是数值天气/气候/地球系统模式的核心组成部分(戴永久, 2020)。单纯看陆面的动态演化, 驱动其动态变化的因素既有来自大气与陆面之间动量、水汽和能量的交换过程, 也有来自陆面上发生的所有物理、化学、生物和水文等过程。通过物理类驱动因素构建地表动态演化的物理模型在现阶段是个几乎不可能实现的任务, 但抛开物理驱动因素利用数据驱动方法来构建地表动态演化的代理模型却是可能的, 因为随着对地观测卫星数据的累积和智能建模工具的发展, 如深度神经网络技术, 为数据驱动复杂模型定义提供了条件(Reichstein等, 2019; Wang等, 2020a; Lu等, 2021)。

收稿日期: 2024-07-30; 预印本: 2025-03-30

基金项目: 国家自然科学基金(编号: 42192584); 中国科学院空天信息创新研究院科学与颠覆性技术项目(编号: E3Z211010F); 中国科学院青年创新促进会(编号: 2022127)

第一作者简介: 唐婷, 研究方向为遥感图像处理、遥感大数据与人工智能。E-mail: tangping@aircas.ac.cn

通信作者简介: 张正, 研究方向为遥感图像智能处理、遥感大数据分析。E-mail: zhangzheng@aircas.ac.cn

就方法论而言, 给动态演化系统建模通常有两种方式, 一种是构建物理模型, 如地球系统的大气环流模式就是根据基本的物理定律—牛顿运动定律、质量守恒定律和热力学第一定律而构造的用来研究模拟大气环流基本性质或预测其未来状态变化的一套流体力学和热力学偏微分方程组和求解方案 (缩写为 GCM 或 AGCM) (李崇银等, 2005), 陆面过程模型也是在此基础上发展而来的。物理模型构建时物理学家通常依据简单定律的信念, 会忽略初始条件和约束条件的复杂性, 从而构建确定论的、可以完全计算的理想模型, 导致来自物理模型的状态数据与观测数据并不真正吻合, 这也是数据同化技术的缘起。数据同化 (DA), 旨在将动态模型 (即理论模型) 与观测数据融合, 以改进对整个地球系统的估算, 被用于解决陆地表面过程的可预测性, 已成为地球科学的一门重要学科 (Carrassi 等, 2018)。能否将空间尺度作为陆面数据同化中的自变量, 以更好地表

征多尺度空间异质性、刻画尺度依赖的代表性误差等仍然是当今数据同化技术中的挑战性工作 (徐同仁和张刚强, 2024)。

另一种给动态演化系统建模的方法是数据驱动建模 (如图 1 所示), 所依据的是有限的测量数据序列, 旨在构建一个模型, 以测量数据作为输入, 以描述该数据的数学模型作为输出。数据驱动建模的经典案例是行星运动的开普勒定律。开普勒通过观察观测数据, 幸运地发现行星围绕太阳运转的轨道实际上是椭圆形的, 只要用一个椭圆就能将星体规律描述清楚。至于为什么是椭圆, 并不清楚, 只是因为椭圆模型能够比较好地拟合全部观测数据。椭圆模型是纯粹的数学模型, 直到牛顿发现万有引力, 才使得天体运行的椭圆轨道模型得到了彻底解释, 使其成为物理模型。从观测数据重建系统的行为, 均以获得其演化方程为形式 (吴军, 2016)。

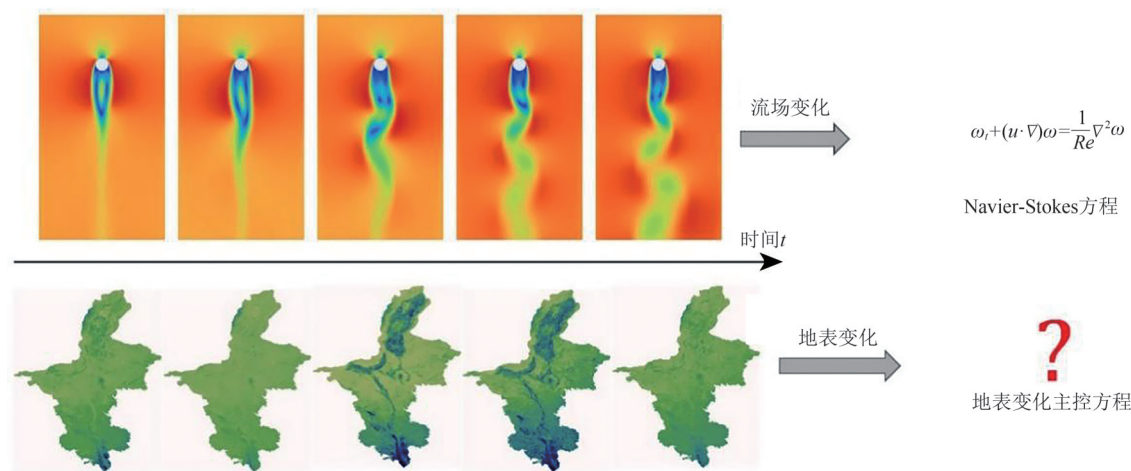


图 1 数据驱动的动态演化系统建模与方程发现示例

Fig. 1 Instances of data-driven modeling and equation discovery for dynamic systems

数据驱动的建模方法在克服基于物理模型的局限方面很有潜力。一方面, 数据驱动模型是从观测数据直接学习的模型, 与观测数据的吻合度比较好。另一方面, 数据驱动模型可以视为物理模型高保真的代理模型。代理模型通常指可近似替代比较复杂的物理模型的数学模型, 而且代理模型在某些参数情况下可以转化为物理模型 (穆雪峰等, 2005)。从代理模型出发去获得表征系统行为的物理模型是系统建模的另一个具有挑战性

的任务。在遥感图像的几何校正中, 有理函数模型就是严密的几何成像模型的代理模型。有理函数模型一方面隐藏了成像参数, 另一方面简化了模型表达, 当有理函数分子分母均是一阶多项式时, 结合系统成像的特定参量, 有理函数模型成为严密成像模型 (张过等, 2010)。

数据驱动建模方法受限于收集数据的效率以及是否存在有效的数据建模工具。因此, 数据驱动的建模方法的进展与数据采集技术和数据建模

工具的发展关系紧密。近年来传感器技术的进步带来了大量测量数据, 测量数据的收集速度已经超过了我们解析和解释这些数据的能力; 另外, 基于图形处理器的高效计算能力及深度神经网络学习这种新的数据分析工具的出现和应用, 使得数据驱动的研究方法已经成为一种非常强大的工具, 能有效地帮助我们发现原本不能发现的规律。开普勒范式在现代的成功案例很多, 包括图像识别及蛋白质折叠 (AlphaFold) 等, 其中 AlphaFold 解决了从氨基酸序列出发预测蛋白质三维结构这一结构生物信息学中最具挑战性的问题 (鄂维南, 2023)。深度神经网络模型为复杂系统代理模型的构建提供了可行性。深度神经网络模型在高维数据表达、非线性关系表达能力上的优势使它成为构建复杂系统代理模型的良好工具 (E, 2021)。

在遥感领域, 遥感图像时间序列的动态演化建模面临一系列难点, 这些难点主要来源于数据的如下特性: 高维、复杂非线性、多尺度、意外事件或人类活动的干预导致的演化过程剧烈变化的特性及演化模型物理意义的可解释性 (张兵 等, 2025)。

(1) 高维特性。给定空间分辨率图像序列的维度计算公式为图像行数 $\times$ 图像列数 $\times$ 图像波段数 $\times$ 时间节点数, 取  $100 \times 100$  一年 23 个时相的 MODIS NDVI 数据, 其维度是 23000。高维度给数据建模带来很多困难。如果说 NDVI 动态演化时间序列  $u(\mathbf{x}, t)$  建模得到的模型是

$$\frac{du}{dt} = f(u, \mathbf{x}, t; \beta) \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{x}$  是地理位置, 这表示每个空间点的 NDVI 都在按照统一的  $f$  在动态变化, 考虑到自变量各维度间的相互影响, 显然当维数增高时  $f$  将极为复杂。这不同于一维时间序列的建模。如果每个像素 NDVI 值单独建模, 这类似于统计学和计量经济学的时间序列的建模, 常用的模型是自回归移动平均 (ARMA) 模型、广义自回归整合移动平均 (ARIMA) 模型和基于 Fourier 部分和表达的趋势、季节项及不规则分量的加性模型 (范剑青和姚琦伟, 2005)。尽管这些模型可以推广到向量框架, 但一个模型一般不能兼顾季节性的振荡行为变化和非季节性变化, 通常需要不同的模型。因此高维时间序列数据的建模不能基于一维时间序列直

接推广。

(2) 复杂非线性特性。对地观测数据时间序列体现的地表状态随时间变化的特性很难用线性模型来表达, 即式 (1) 的函数  $f$  通常并不是关于  $u(\mathbf{x}, t)$  的线性函数。如何对  $f$  建模, 涉及对数学模型工具的应用。非线性建模的数学模型经历了从多项式到核函数到神经网络的工具的发展历程。多项式函数类是一种常见的非线性模型, 它通过不同阶次特征的叠加来捕捉数据中的非线性关系, 但不适合在高维情形使用。核方法是另一类常用的非线性建模方法, 它通过使用核函数将原始特征空间映射到高维特征空间, 通过在高维空间处理线性关系实现低维空间的非线性映射关系。神经网络是一种强大的非线性模型, 本质上是多项式逼近的一种替代, 它利用多层感知器替代多项式的函数项。由于高维函数可以被多个单变量函数的复合来逼近, 只要神经元足够多, 神经网络函数就能实现任意逼近。因此需要建立合适的网络结构和训练数据集并优化求解庞大的参数量。借助数据智能实现高维非线性关系的建立。

(3) 多尺度特性。尺度效应是遥感科学的关键问题之一, 对地观测数据的多尺度特性对应着不同空间分辨率的数据。同一区域, 随着空间分辨率的提高, 状态空间异质性特性更为显著。如果说每个尺度都可以建立演化方程, 自然的问题是: 多尺度模型是否存在一致性? 在何种意义下一致? 如果将空间尺度作为演化模型的自变量, 演化模型能否表征多尺度的空间异质性特性随尺度的变化?

(4) 意外事件或人类活动的干预使演化过程剧烈变化的特性。外部事件, 一般称其为对地表变化的“干预”, 诸如地震、洪水、火灾以及城市扩建等, 干预事件一旦发生会使局部区域的地表演化过程受到影响。如何对系统的干预事件建模并从数据序列中确定干预发生的时间和影响并用模型表达, 是需要关注的问题。

(5) 演化模型物理意义的可解释性。可解释性要求代理模型的参量与态空间的参量要建立联系, 使代理模型成为一定初始条件或约束条件下的物理可解释的模型。这不仅要求要尽可能减少代理模型的参数, 也要求参量变化引起的模型预

测的结果能得到大量验证。

如果通常所说的流场是描述流体在时空中快速变化的场，则遥感图像所反映的地表变化的场则是一个时空变化相对缓慢的场。在观测时空快速变化的场与变化缓慢的场时，单位时间数据采集的频度一般有很大区别。当数据采集完成后，则从时间序列数据发现系统时空演化模型的方法具有一定的通用性。在此考量之下，本文梳理了针对流场所提出的3类数据驱动的动态过程建模方法，分别为（1）时空模态分解、（2）主控偏微分方程反演、（3）状态变量发现网络，并将这3类方法迁移到地表动态演化过程建模之上。实验中利用遥感图像时间序列作为输入数据进行建模，并通过时间序列影像预测评估建模精度，实验结果初步验证了数据驱动的地表动态变化过程建模方法的有效性，同时也显示了3类方法各自的理论特点、研究价值与应用前景。

## 2 数据驱动的地表动态建模方法的基本架构

### 2.1 地表动态建模的数学架构

动态变化过程表达着系统随时间变化的行为，通常的数学描述涉及到微分方程、差分方程、演化算子、动态系统理论等。借助这些数学描述可以进一步分析系统的稳定性、周期性、混沌行为等特性。具体选择哪种数学描述取决于系统的特性和研究目标。

假设  $\mathbf{u}$  是空间  $\mathbf{x}$  和时间  $t$  的函数，是待建模的动态变量， $\mathbf{x}$  是地理位置， $t$  是时间， $\boldsymbol{\beta}$  是参数， $\mathbf{f}$  是描述系统动态的函数， $\mathbf{f}$  可以是非线性函数，可能包含多个变量和复杂的相互作用。常见的动态变化过程的数学描述方法有：

微分方程：描述连续时间系统的变化。有常微分方程和偏微分方程，后者描述多变量系统（如空间和时间）的变化。常微分方程一般的形式为

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, t; \boldsymbol{\beta}) \quad (2)$$

偏微分方程一般的形式为

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{f}\left(\mathbf{u}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}}, \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}^2}, \dots, t; \boldsymbol{\beta}\right) \quad (3)$$

演化方程：描述离散时间系统的变化，一般

的形式为

$$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{f}(\mathbf{u}_i, \mathbf{x}, t; \boldsymbol{\beta}) \quad (4)$$

不管是描述连续时间系统的变化还是离散时间系统的变化，都是以时间维微分为主体的表达体系。事实上，由于偏导数的存在，偏导数模拟了时间和空间变化率之间的关系，因此提供了系统如何在空间和时间中演变的典型描述。 $\mathbf{f}$  作为描述系统动态的函数，不同的  $\mathbf{f}$  的数学架构代表着动态系统的不同变化模式。

（1）线性架构。最简单的架构是线性架构，即动态演化过程是线性的，可以表示为

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{u} \quad (5)$$

该方程的解析解为  $\mathbf{u} = \mathbf{C}e^{\mathbf{A}t}$ ，其中  $\mathbf{C}$  是常数，当初始化条件为  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0)$  时，上述方程的解为  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, 0)e^{\mathbf{A}t}$ ，当矩阵  $\mathbf{A}$  的特征值是  $\omega_k$ ，特征向量是  $\boldsymbol{\phi}_k$ ， $\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0)$  在特征向量上的投影为  $b_k$  时，式（5）

的解为  $\mathbf{u} = \sum_{k=1}^n \boldsymbol{\phi}_k \exp(\omega_k t) b_k = \boldsymbol{\Phi} \exp(\boldsymbol{\Omega} t) \mathbf{b}$ ，显然在此解的表达式中， $\mathbf{u}$  可表达为不随时间变化的空间函数  $\boldsymbol{\Phi} \mathbf{b}$  和只依赖时间变化的时间函数  $\exp(\boldsymbol{\Omega} t)$  的乘积，从而将时空解耦（Boyce 和 DiPrima, 2008）。该分解就是本征正交分解 POD（Proper Orthogonal Decomposition）。在此分解基础上，选择低维子空间，通过关键正交的动态模式来近似原始的高维动态系统，并提供每个模态的频率和增长率信息，就是动态模态分解 DMD（Dynamic Mode Decomposition），周期性函数的 DMD 分析等同于傅里叶分析（Kou 和 Zhang, 2021）。因此，POD 和 DMD 均是线性架构的动态建模方法。

（2）非线性函数的线性回归架构。该架构是由一般的非线性多项式表达的动力学模型，式（2）—式（3）的  $\mathbf{f}$  可以表示为各种候选函数的线性组合，候选函数的选择很多，可以是常数、 $\mathbf{u}$  的一阶及高阶多项式及  $\mathbf{u}$  的一阶及高阶偏导数，也可以是  $\mathbf{u}$  的周期函数，甚至是不同函数集的交叉乘积项，如  $\mathbf{u}$  的不同方向的偏导数和  $\mathbf{u}$  的多项式的乘积项。其中非线性动力学的稀疏识别 SINDY（Sparse Identification of Nonlinear Dynamics）架构是一种利用稀疏回归技术确定  $\mathbf{f}$  中有效候选项的方法（Brunton 等, 2016），SINDy 能够选择出对系统动态影响最大的几个函数，并确定它们的系数，

从而构建出一个简洁而精确的数学模型。

(3) 深度神经网络的架构。该架构在式 (3) 中系统动态函数 $f$ 是深度神经网络表示的非线性函数。 $f$ 同样可以选择各种深度神经网络, 可以是卷积神经网络、多层感知器网络、循环神经网络、长短期记忆网络以及深度自动编码器等。

与第2种架构相比, 深度学习无需事先建立一个足够大的字典, 而是采用可学习的卷积近似微分算子或近似演化算子, 从根本上提高从噪声数据中识别动力学的能力, 从而使模型具有更强的表达能力和预测准确性。由于自编码器架构能够发现一个完整描述高维输入数据基本特征的

潜在空间, 这使得自编码器非常适合用于动态系统的建模。深度自编码器通过在潜在空间中构建动态模型, 再映射到原始空间是一种可行的方法。

上述3种架构均可用于数据驱动地对地表动态变化过程的建模。第3节—第5节将选择3类架构中的典型方法分别进行遥感时间序列地表动态变化过程的建模实现。所选择的方法分别是以POD为基础的时空模态分解类方法, 以SINDy为例的发现主控微分方程类的方法, 以神经状态变量发现法为例的发现空间状态变量的方法。这3类方法与3类数学架构的关系如图2所示。

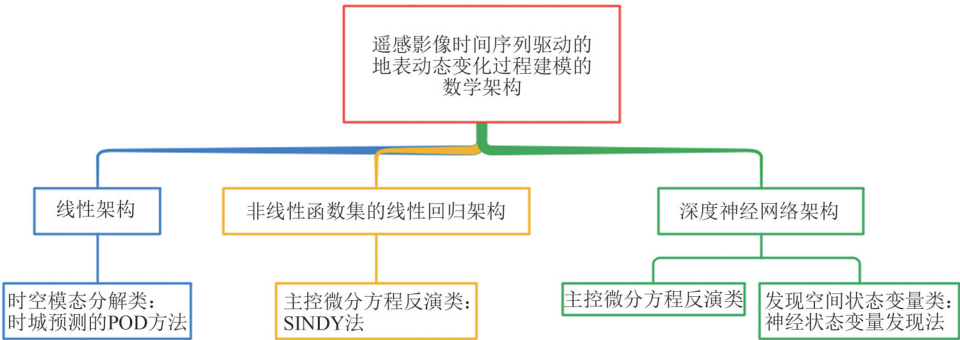


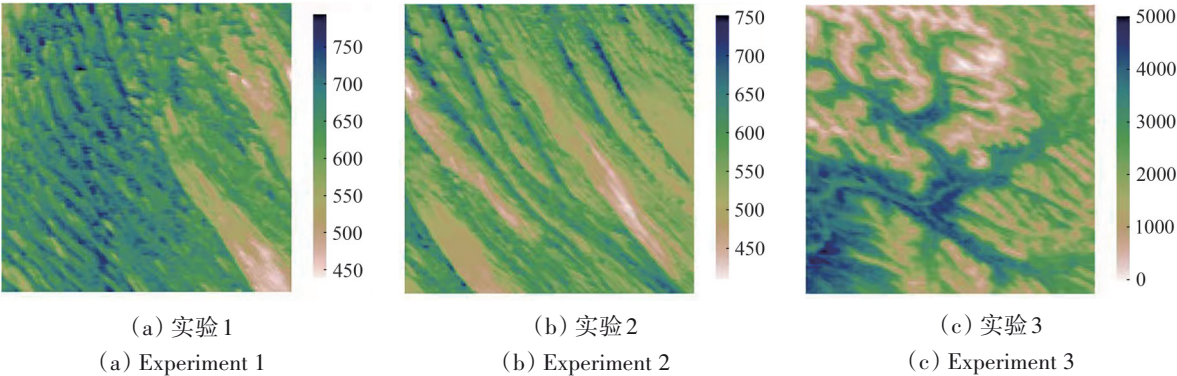
图2 时间序列数据驱动的地表动态过程建模的数学架构和方法

Fig. 2 Mathematical architecture and methods for modeling land surface dynamics by time series data driven

2.2 本文实验数据和说明

在第3节—第5节为了说明上述3类地表动态建模架构建模方法的可行性, 选取了2014年—2024年中分辨率成像光谱仪MODIS (Moderate-Resolution Imaging Spectroradiometer) 16 d合成的NDVI数据, 数据分幅号为h25v25, 时相数为229, 空间分辨率为250 m, 图像大小为4800×4800。由

于计算机内存限制, 我们在该分幅数据中随机裁剪了10个大小为128×128的子图像序列进行了10组实验, 每个子图像序列的NDVI均值如图3 (a) — (j) 所示。对于每组实验, 将前209个时相作为模型输入进行建模, 利用模型预测后20个时相的数据。



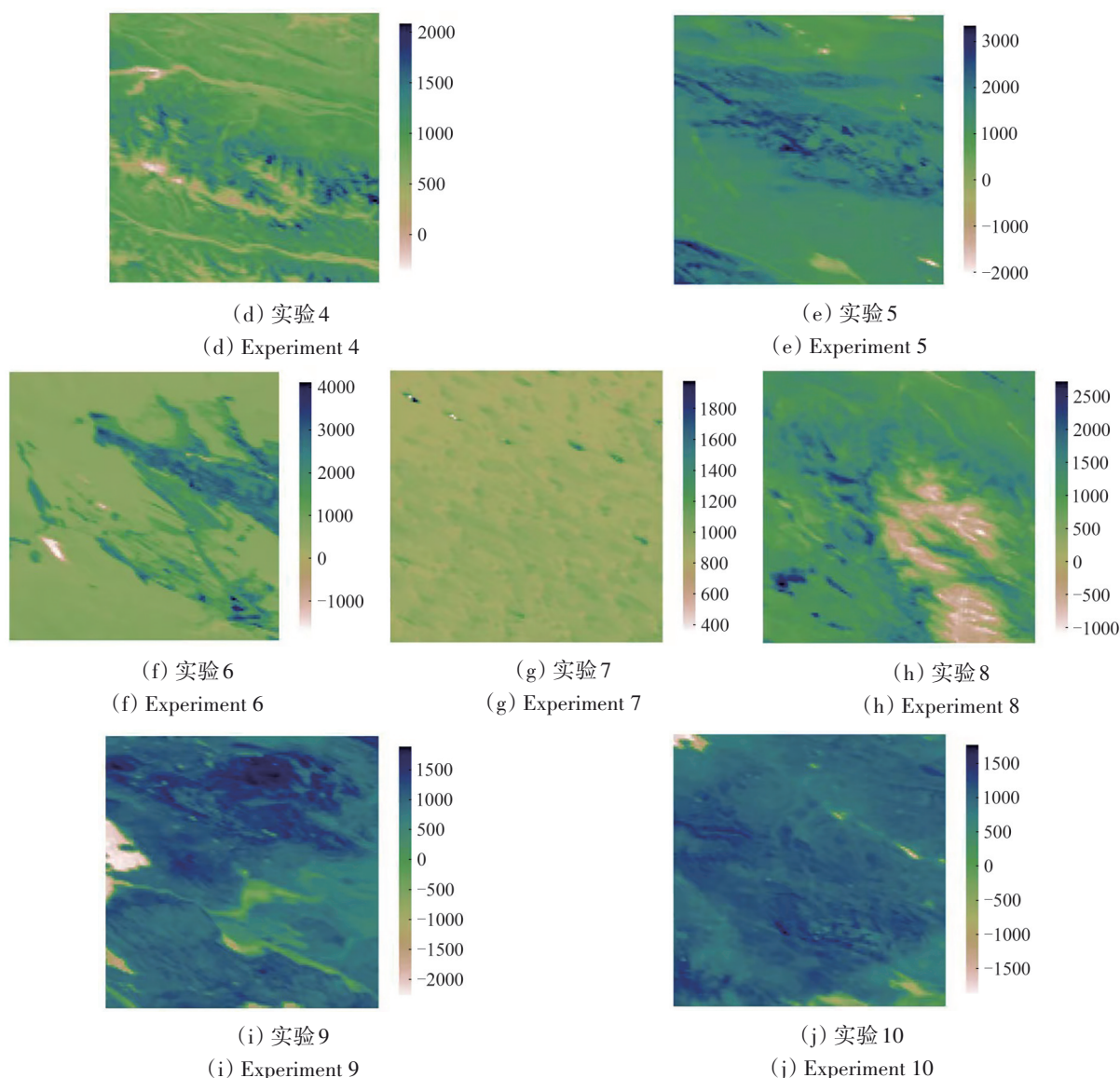


图3 十组 NDVI 数据的均值可视化

Fig. 3 Visualization of the means of the ten sets of NDVI data

实验结果的定量评价采用结构相似性 SSIM (Structural Similarity)、峰值信噪比 PSNR (Peak Signal-to-Noise Ratio) 和均方误差 MSE (Mean Square Error) 3项用于评价图像的常见指标。SSIM 从亮度、对比度和结构3个角度来度量预测图像和真实图像之间的相似性,取值在0—1,其值越大,表明预测图像和真实图像越相似,反之越不相似。PSNR 是信号最大可能功率和损害其表现保真度的干扰噪声功率之间的比值,PSNR 值越高,与真实图像相比,预测结果图像失真越低,预测结果越好。MSE 是真实图像和预测结果图像各像素点灰度值的平均差值,反映了真实图像和预测结果图像之间的像素误差的变化,其值越小,表明预测结果图像和真实图像越接近。

### 3 基于时空模态分解的动态建模方法

#### 3.1 方法的提出与发展

本征正交分解 POD (Proper Orthogonal Decomposition) 和动态模态分解 DMD (Dynamic Mode Decomposition) 是两种基于模态分解的数据驱动模型 (Kou 和 Zhang, 2021), 广泛应用于流体动力学、信号处理、系统控制等领域中,旨在从复杂系统中提取低维的关键特征,从而更好地理解预测复杂系统的演化过程。

本征模态分解 (POD) 和动态模态分解 (DMD) 是两种典型的模态分解方法,它们通过提取数据

中代表系统状态基本特征的模态, 来帮助我们理解系统的内在特性, 结合参数预测方法进一步预测系统的未来状态。

### 3.1.1 POD

POD 方法也称为主成分分析 PCA (Principal Component Analysis) 法, 最早出现于 1901 年 (Pearson, 1901), 被用于从大量数据中提取主要成分。POD 方法通过奇异值分解 SVD (Singular Value Decomposition) 从数据矩阵中选择低维基, 然后将系统动力学投影到这个低维基上, 得到的模态幅值在时间上演化非线性动力学系统 (Kutz, 2013)。

Lumley (1967) 首次将 POD 方法引入湍流研究领域, 通过对空间和速度相关函数进行正交分解来提取湍流场中的相关性流动结构。POD 方法在空间矩阵变大时计算量随之变大, 快照 POD 方法 (Sirovich, 1987) 的出现有效解决了这个难题, 其核心思想是使用时间相关矩阵来替代空间相关矩阵, 从而简化计算。在之后的研究工作中, Gappy POD (GPOD) 方法、平衡 POD 方法、多尺度 POD (multiscale POD) 方法、自适应 POD (Adaptive POD) 方法相继被提出 (Everson 和 Sirovich, 1995; Rowley, 2005; Ninni 和 Mendez, 2020; Kastian 等, 2020), 它们在 POD 的稳定性和准确性上进行了改进。目前, POD 系列方法已经被广泛应用于流场的快速预测、模型降阶、数值模拟、参数反演等领域 (吉洪蕾 等, 2016; He 等, 2022; 陈颖 等, 2023; Pergam 和 Briesen, 2023)。

### 3.1.2 DMD

DMD 最初由 Schmid (2010), 提出用于从高维时间序列数据中识别时空相干流体结构。Schmid (2011) 随后将 DMD 用于对高维复杂流场进行低维近似, 并对脉动主频及其对应的空间结构进行识别。该 DMD 方法也被称为标准 DMD 方法。

POD 方法基于 SVD 来突出流体流动中的低秩特征, 而 DMD 的模态是 SVD 模态的线性组合, 它们在时间上具有共同的线性行为, 以固定频率振荡进行增长或衰减, 从而给出了系统动力学的高度可解释性 (Kutz, 2013)。DMD 一旦完成对动态系统的降维, 并且计算出 DMD 模态及其相应的特征值, 就可以预测系统的未来状态, 无需针对模态幅值在时间上向前演化动态系统, 并且减少了时空模态合成的额外计算 (Kutz, 2013)。

DMD 也可以被认为是空间上的 POD 与时间上的傅立叶变换的结合, 它结合了二者的优点 (Chen 等, 2012; Kutz 等, 2016)。具体来说, 与 POD 一样, DMD 基于收集的数据捕捉动态系统的空间结构, 这些结构通常是流动场中的相干模式, 如涡旋和湍流; DMD 同样提供了一种降维方法, 通过识别关键的动态模式来近似原始的高维动态系统。DMD 通过其特征值提供了每个模态的频率和增长率信息, 是傅里叶分析的推广, 周期性函数的 DMD 分析等同于傅里叶分析。

得益于 DMD 的可解释性和简单性, DMD 系列方法发展迅速, Exact DMD (Tu 等, 2014)、稀疏性 DMD (Jovanović 等, 2014)、Extended DMD (Williams 等, 2015)、HODMD (Le Clainche 和 Vega, 2017)、总最小二乘 DMD (Hemati 等, 2017) 相继被提出并在多个领域得到应用, 包括视频处理、流体力学、电力系统、疾病建模等 (Grosek 和 Kutz, 2014; Kou 等, 2018; Susuki 和 Mezic, 2011; Proctor 和 Eckhoff, 2015; Prasad 和 Nadakuditi, 2020)。

近年来, LSTM (Graves 和 Schmidhuber, 2005)、ConvLSTM (Shi 等, 2015) 等深度学习模型在时间序列数据建模上表现出色, 研究人员正积极探索将 POD、DMD 方法与深度学习方法相结合的新方法。Huang 等 (2022) 提出了一种结合 DMD 和 ConvLSTM 的新型流场预测方法, 结果表明组合法是最准确、最稳定的预测方法。Ying 等 (2024) 提出了一种多重本征正交分解 (MPOD) 算法, 使用长 LSTM 预测 MPOD 空间模式的时间系数。此外, Transformer、DNN、PINN 等深度学习方法也有被研究人员与 POD、DMD 方法结合使用的案例 (Wu 等, 2022; Kim 和 Shin, 2024; Soto 等, 2024)。

## 3.2 基于 POD 和时间维预测的动态建模

与 DMD 方法相比, POD 计算过程较为简单, 计算速度快, 它通过计算数据的协方差矩阵并进行特征分解来提取主要模态, 模态直观且可解释强, 较少的 POD 模态数即可表达流场的主要信息, 且 POD 模态的时间系数可以较为清晰地在时间上显示变化的关键节点。本文以 POD 方法为例, 探讨了此类模态分析方法对地表动态变化过程的建模和预测效果。

POD方法能够将流场的时间和空间变化分离,把随时间变化的流场分解为不随时间变化的空间函数和只依赖时间变化的时间函数的乘积之和,空间函数就是POD模态,每个模态捕捉流场中全涨落动态能量的一部分,并用尽可能少的模态表达出主要的时间和空间变化,从而客观定量地反

映流场的空间结构和时间变化(Beck和Weigend, 1997)。

基于POD的地表动态变化过程建模与预测方法整体流程框架如图4所示,分为本征正交分解(POD)、模态选择、时间系数序列预测、未来时相图像合成4个步骤。

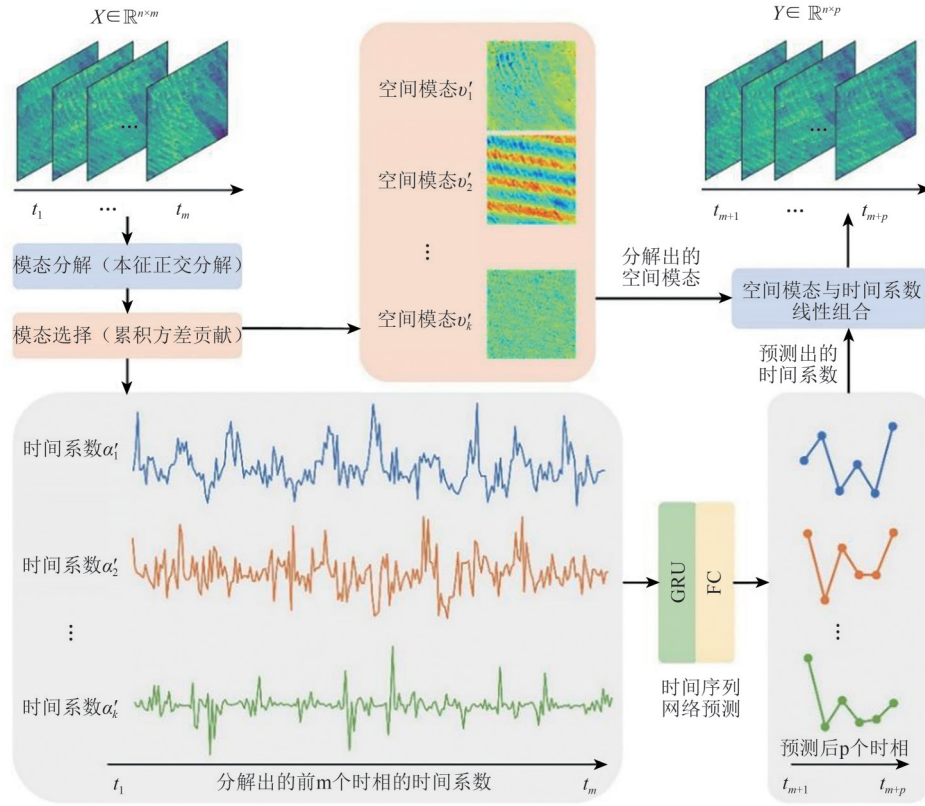


图4 基于时空模态分解的地表动态变化过程建模与影像序列预测方法流程框架

Fig. 4 The process framework of land surface dynamics modeling and image sequence prediction method based on spatial-temporal mode decomposition

(1) 本征正交分解。具体地,假设某区域的遥感时间序列数据为  $X \in \mathbb{R}^{n \times m}$ , 图像大小为  $n = N_x \times N_y$ , 时间点共有  $m = N_t$ 。首先对数据矩阵  $X$  进行标准化, 然后计算矩阵  $X$  的协方差矩阵  $C_{n \times n}$ :

$$C_{n \times n} = \frac{1}{m-1} X X^T \quad (6)$$

接着计算协方差矩阵  $C_{n \times n}$  的特征值  $\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$  和特征向量矩阵  $V_{n \times n}$ , 二者满足

$$C_{n \times n} V_{n \times n} = V_{n \times n} \Lambda_{n \times n} \quad (7)$$

式中,

$$\Lambda_{n \times n} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}, V_{n \times n} = [v_1, v_2, \dots, v_n]$$

式中,  $v_i$  表示第  $i$  个空间模态, 对应的特征值为  $\lambda_i$ ,  $\lambda_i$  表示空间模态  $v_i$  的贡献度。将特征向量矩阵  $V_{n \times n}$

投影到原始数据矩阵  $X$  上, 得到时间系数矩阵  $A_{n \times m}$ , 可以表示为

$$A_{n \times m} = V_{n \times n}^T X_{n \times m} \quad (8)$$

式中,  $A_{n \times m} = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$ ,  $a_i \in \mathbb{R}^m$  表示第  $i$  个空间模态  $v_i$  的时间系数。

(2) 模态选择。将空间模态  $v_i$  及其对应的时间系数  $a_i$  根据其对应的特征值 (即方差贡献度) 按照降序排列, 从高到低选取累积方差贡献率超过 95% 的前  $k$  个空间模态及其对应的时间系数, 分别记为集合  $V = \{v_1', v_2', \dots, v_k'\}$  和集合  $A = \{a_1', a_2', \dots, a_k'\}$ 。

(3) 时间系数序列预测。假设待预测的为未来  $p$  个时相的图像, 我们首先需要对选择的  $k$  个时间系数  $A$  在时相  $t_{m+1}$  至  $t_{m+p}$  的值  $a_{ij}' (i=1, 2, \dots,$

$k; j = 1, 2, \cdots, p)$ 进行预测, 我们的预测方法是一个简单的预测网络, 由3个GRU层和一个全连接层组成。

(4) 未来时相图像合成。最后, 未来 $p$ 个时相的图像由选择的 $k$ 个空间模态 $V$ 和预测的 $k$ 个时间系数合成得到, 合成过程表达为

$$Y_j = \sum_{i=0}^k a'_{ij} v'_i, j = 1, 2, \cdots, p, v'_i \in V \tag{9}$$

3.3 建模过程

第1步, 使用POD对图像大小为128×128, 时相数为209的NDVI时间序列进行模态分解得到空间模态和时间系数, 空间模态即特征向量, 每个空间模态对应一条时间系数序列。

第2步, 按照特征值将对应的空间模态进行降序排序, 计算累计方差贡献率, 10组实验中达到95%的特征向量的数量如表1所示, POD方法从

16384个特征向量中选择了58—143个。

表1 累计方差贡献率达到95%所需的空间模态数量  
Table 1 Number of spatial modes required to achieve a cumulative variance contribution rate of 95 percent

| 实验组号 | 空间模态数量 | 实验组号 | 空间模态数量 |
|------|--------|------|--------|
| 1    | 142    | 6    | 58     |
| 2    | 143    | 7    | 129    |
| 3    | 93     | 8    | 114    |
| 4    | 99     | 9    | 116    |
| 5    | 59     | 10   | 100    |

以实验1和实验6为例, 图6(a)和(b)分别展示了两组实验的空间模态累计方差贡献率, 可以看到两组实验的第一个空间模态达到了42%和80%的方差贡献率。图7(a)和(b)分别是这两组实验的前3个空间模态, 它们包含了NDVI时间序列的主要信息。

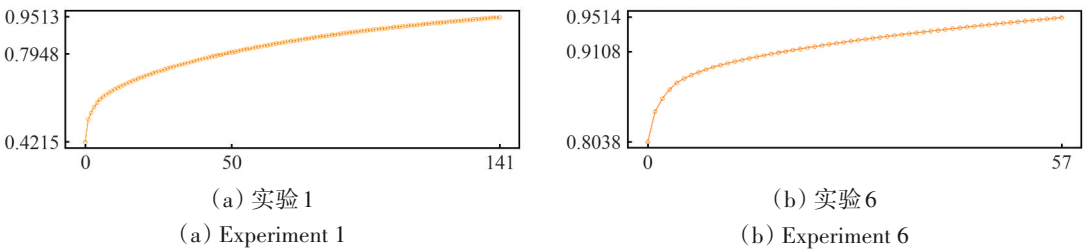


图6 实验1和实验6空间模态的累计方差贡献率  
Fig. 6 Cumulative variance contribution rates of spatial modes in experiment 1 and experiment 6

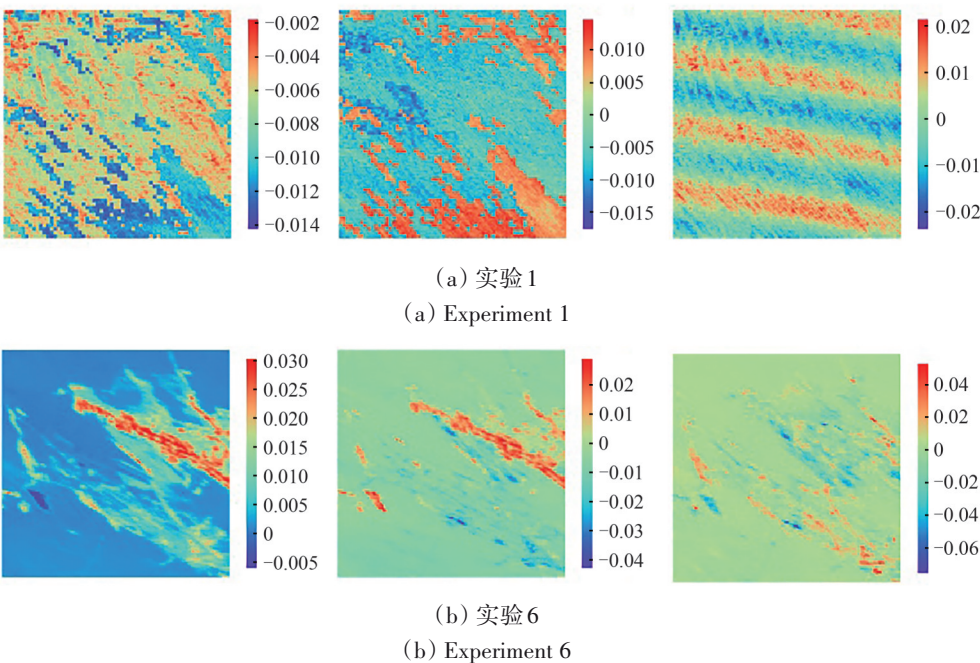


图7 实验1和实验6的前3个空间模态  
Fig. 7 The first three spatial modes of Experiment 1 and 6

第3步，使用预测网络对时间系数序列进行序列在未来20个时相的时间系数进行预测，实验1和实验6前3个空间模态对应的时间系数序列的预测结果分别如图8（a）和（b）所示，可以看到，

两组实验的前3个空间模态对应的时间系数序列周期性不强，因此预测效果有限，需要更多的空间模态共同参与建模。

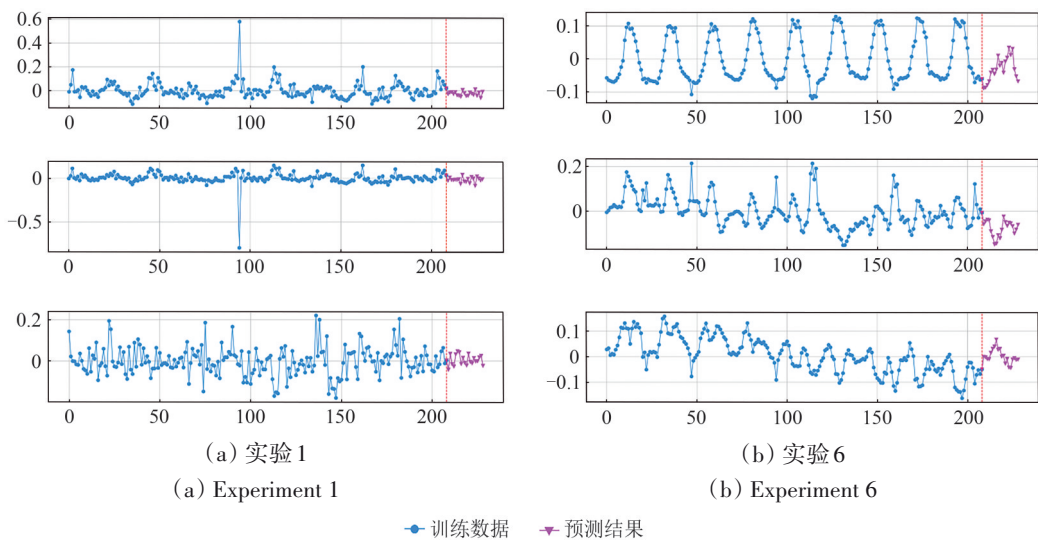


图8 实验1和实验6前3个空间模态对应时间系数序列及其后续预测结果

Fig. 8 Time coefficient sequences corresponding to the first three spatial modes of Experiment 1 and 6 with their subsequent predictions

3.4 实验结果

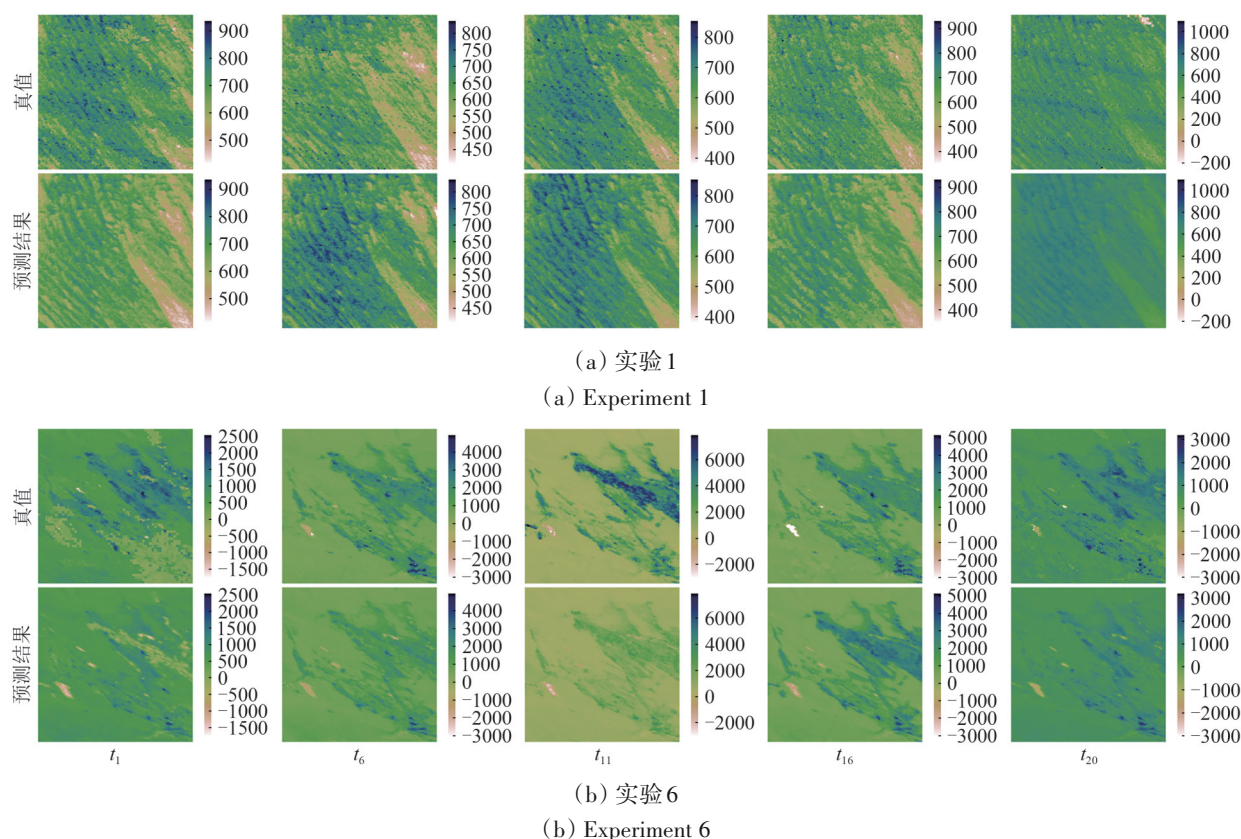
将预测的时间系数与对应的空间模态进行合成，得到未来20个时相的NDVI数据，10组实验预测结果的定量评价如表2所示，所有实验SSIM、PSNR和MSE的均值分别为0.7601、27.95和0.004083，预测值与真实值相比，失真较小，误差

较低。我们将两组实验预测的第1、6、11、16、20个时相的结果及其对应的真值进行了可视化，如图9所示，可以看出，POD方法的预测结果随着时间的推移，基本能够保持比较真实的NDVI数值大小以及空间上的一致性，但是在NDVI数值非常大以及非常小的区域预测结果偏差较大。

表2 时空模态分解方法在10组MODIS NDVI数据上的时间序列影像预测结果定量评价

Table 2 Quantitative evaluation of time series image prediction results of spatial-temporal mode decomposition method on ten sets of MODIS NDVI data

| 实验组 | SSIM ↑ | PSNR ↑ | MSE ↓    |
|-----|--------|--------|----------|
| 1   | 0.7128 | 28.49  | 0.001772 |
| 2   | 0.5936 | 23.93  | 0.004897 |
| 3   | 0.5131 | 19.26  | 0.018485 |
| 4   | 0.7936 | 29.34  | 0.001766 |
| 5   | 0.8398 | 28.52  | 0.002923 |
| 6   | 0.8055 | 27.02  | 0.004388 |
| 7   | 0.9063 | 37.33  | 0.000261 |
| 8   | 0.7882 | 28.97  | 0.002082 |
| 9   | 0.7819 | 26.89  | 0.002747 |
| 10  | 0.8666 | 29.79  | 0.001506 |
| 均值  | 0.7601 | 27.95  | 0.004083 |

图9 时空模态分解方法在实验1和实验6中的影像预测结果图(预测时相 $t = 1/6/11/16/20$ )Fig. 9 Image prediction results of the spatial-temporal mode decomposition method in experiment 1 and 6 when  $t = 1/6/11/16/20$ 

## 4 基于主控微分方程反演的动态建模方法

### 4.1 方法的提出与发展

构建微分方程的传统思路是假设微分方程所表达的动态系统是变化复杂的、非线性的,需要用非线性的函数进行表征。因此,通常的做法是构建简单非线性函数和偏导数的候选字典,而这些函数和偏导数很可能出现在未知的控制方程中,且假定微分方程的非线性响应就是这些候选函数的线性回归。Brunton等(2016)提出了一种非线性动力系统的稀疏辨识SINDy算法。

SINDy算法结合了稀疏优化技术与非线性动力系统的研究,通过构建一个涵盖各种潜在非线性项的函数库,SINDy能够从含有噪声的复杂数据中精准识别出控制方程,为理解非线性系统的动态行为提供了强有力的工具。这种方法不依赖于先验知识,而是直接从观测数据中学习系统的动力学。SINDy方法已被应用于解决许多系统辨识问

题,如偏微分方程的发现(PDE-FIND)(Rudy等,2017),COVID-19全球传播的动力学(Jiang等,2021),基于视频深度学习的多粒子系统主导运动辨识(Jadhav和Barati Farimani,2022)等。然而,值得注意的是,SINDy算法仍然存在一定的局限性,为了更好地从数据中发现控制方程,学者们致力于改进SINDy算法,以提高系统辨识问题的精确性与鲁棒性。改进SINDy算法的两个主要方向是:(1)改进稀疏优化算法;(2)结合深度学习或其他机器学习技术。

一方面,通过探索和改进稀疏优化算法进一步提高SINDy方法的性能和准确性。SINDy方法通过消除系数小于阈值的项来解决稀疏回归问题。然而,该阈值的选择对于模型结构的正确识别是决定性的。Naozuka等(2022)提出了SINDy-SA框架,在SINDy方法的基础上,将其与全局灵敏度分析(SA)技术相结合,该技术允许根据各项相对于所需兴趣量的重要性对各项进行分层,从而避免了定义SINDy阈值的需要。Cortiella等(2021)提出了一种迭代稀疏正则化回归方法,用于从噪

声测量数据中恢复非线性动态系统。该工作旨在通过正则化最小二乘求解器提高噪声状态测量中SINDy的准确性和鲁棒性。

Maddu等(2021)提出了一个基于群稀疏回归的统计学习框架,以从数据中发现数学模型,该框架可以通过使用群迭代硬阈值算法和稳定性选择来执行守恒定律,确保模型等价性和对称性。

Wang等(2019)提出了一个基于逐步回归的偏微分方程系统辨识的变分框架,作者还讨论了测量数据中可变保真度和噪声的影响。

另一方面,将SINDy算法与深度学习或其他机器学习技术结合,进一步提高算法的性能和适用范围。Yang等(2020)提出了一种机器学习框架,用于从噪声、稀疏和不规则的观测数据中识别贝叶斯系统。该框架使用可微规划,并使用哈密顿蒙特卡罗采样进行贝叶斯推理。Hirsh(2020)提出了对空间中心数据进行建模的新技术。这些数据驱动方法包括动态模式分解(DMD)、可变线性动力学的维度还原方法、Koopman(HAVOK)算法的汉克尔替代视图以及非线性动力学(UQ-SINDY)方法的不确定量化。修改后的SINDy方法使用压缩感知和贝叶斯统计来发现来自数据和量化模型不确定性的控制方程等式。此外,Champion等(2019)与Bakarji等(2023)使用深度学习自动编码器对原始数据进行编码降维和动力学重构,然后再应用SINDy算法进行非线性动力学识别。这种方法可以在高维数据中提取出更加明显和有效的动力学特征,并进一步提高模型的准确性。

$$\begin{bmatrix} z_i(x_0, y_0, t_0) \\ z_i(x_1, y_0, t_0) \\ \vdots \\ z_i(x_n, y_m, t_l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z(x_0, y_0, t_0) & z^2(x_0, y_0, t_0) & z_x(x_0, y_0, t_0) & \cdots & z^2 z_{xy}(x_0, y_0, t_0) \\ 1 & z(x_1, y_0, t_0) & z^2(x_1, y_0, t_0) & z_x(x_1, y_0, t_0) & \cdots & z^2 z_{xy}(x_1, y_0, t_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & z(x_n, y_m, t_l) & z^2(x_n, y_m, t_l) & z_x(x_n, y_m, t_l) & \cdots & z^2 z_{xy}(x_n, y_m, t_l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \end{bmatrix} \quad (11)$$

按照前述定义 $z_i(x_n, y_m, t_l)$ 表示坐标为 $(x_n, y_m)$ 位置的像元在 $t_l$ 时刻的微分,即 $t_{l+1}$ 时刻的像元值与 $t_l$ 时刻像元值的差, $z(x_n, y_m, t_l)$ 表示该像元位置在 $t_l$ 时刻的观测值, $z^2 z_{xy}(x_n, y_m, t_l)$ 表示该像元位置在 $t_l$ 时刻观测值的平方乘以其对 $x$ 和 $y$ 的二阶混合偏导数, $w$ 为候选函数的系数向量。

将时空偏导数函数项的值带入方程后,对 $w$ 的求解转化为了如下所示的凸优化问题:

$$\hat{w} = \operatorname{argmin}_w \|\Theta_w - \text{SERIES}_i\|_2^2 + \lambda \|w\|_1^2 \quad (12)$$

## 4.2 基于SINDy算法的地表动态变化过程建模

SINDy将地表时空变化微分方程建模为候选函数库中函数项的线性组合,方程定义如下:

$$z[t+1] - z[t] = \Theta(z, z_x, z_y, z_{xx}, \cdots, x, y, \mu) \quad (10)$$

式中, $z[t+1] - z[t]$ 表示像元观测值 $z$ 关于时间和空间的微分,也可以表示为 $z_t(x, y, t)$ , $x, y, t$ 分别表示经度方向的坐标、纬度方向的坐标、时间轴索引。符号 $\Theta(\cdot)$ 表示一个关于 $z(x, y, t)$ 的非线性函数,是求解的目标。采用 $z[t+1] - z[t]$ 的形式表明了所求解的方程表示两次观测的差值。

这里选择的函数项 $z, z_x, z_y, z_{xx}, \cdots, x, y, \mu$ 均为候选函数库中的项, $z$ 表示观测变量, $z_x$ 表示观测变量关于经度方向的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ , $z_y$ 表示观测变量关于纬度方向的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial y}$ , $z_{xx}$ 表示观测变量关于经度方向二阶偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ , $x$ 表示经度方向坐标, $y$ 表示纬度方向坐标, $\mu$ 表示其他指定变量,例如温度、海拔等,一般可不考虑。一般的候选函数库包括 $\{1, z, z^2\}$ , $\left\{\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial xy}\right\}$ 两组函数项及其所有交叉组合,组合方式为从两个集合中各选择一项相乘,遍历所有不同的组合。

在方程构建之后,通过遥感图像时间序列计算出各像元位置各候选函数项的值并带入方程,如下公式所示:

式中, $\text{SERIES}_i$ 表示实际的观测值序列, $\lambda$ 是正则项系数, $\lambda \|w\|_1^2$ 正则项保证了系数向量 $w$ 的稀疏性,即只有有限个显著大于0的项。可以通过LASSO回归算法(Least Absolute Shrinkage and Selection Operator)求解上述凸优化问题。在稀疏条件下,对于给定的容差(tolerance),小于该容差值的 $w_i$ 设为0,从而得到稀疏回归向量 $w$ 。假设求解出 $w = [0, 0, \cdots, 1]$ ,则求解的模型结果为 $z_i(x, y, t) = z^2 z_{xy}(x, y, t)$ ,即只有候选函数库中

最后一项的系数为1, 其余均为0, 写成差分形式即 $z[t+1](x, y, t) - z[t](x, y, t) = z^2 z_{xy}(x, y, t)$ , 如对稀疏性不做要求, 也可以保留所有函数项及其系数。

在构造出地表时空变化微分方程之后就可以直接通过方程利用前次观测影像预测未来影像, 例如 $z[t+1](x, y, t) = z[t](x, y, t) + z^2 z_{xy}(x, y, t)$ 。方程描述的是逐像元的计算方法, 遍历影像中的所有像元位置即可推算出整景影像。方程具有一定的时空普适性, 在邻近区域也可以直接通过方程进行计算, 不必重新构建方程, 距离方程求解区域越远一般情况下预测精度越低。

### 4.3 建模过程

第1步, 对每组实验前209个时相的NDVI数据 $z(x, y, t)$ 构建候选函数库, 候选函数库为 $\{1, z, z^2\}$ ,  $\left\{\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial xy}\right\}$ 两组函数项及两组函数各取一项相乘得到的复合函数项, 共18项。其中, 导数项通过有限差分法计算得到。通过该候选函数库构建控制方程:

$$z_t = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + (b_0 + b_1 z + b_1 z^2) z_x + (c_0 + c_1 z + c_2 z^2) z_y + (d_0 + d_1 z + d_2 z^2) z_{xx} + (e_0 + e_1 z + e_2 z^2) z_{yy} + (f_0 + f_1 z + f_2 z^2) z_{xy} \quad (13)$$

然后通过LASSO回归求解候选函数库中各个函数项的系数, 十组实验数据的系数求解结果如表3所示。

第2步, 对每组实验未来20个时相的NDVI数据进行滚动预测。具体地, 将第209个时相的数据作为初始数据, 通过下式推导出第210个时相的数据, 然后根据第210个时相的数据推导第211个时相的数据, 以此类推, 可以推测出未来20个时相的所有数据:

$$z[i, j, t+1] = z[i, j, t] + \Delta t (a_0 + a_1 z[i, j, t] + a_2 z^2[i, j, t]) + \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta t}{\Delta x} (b_0 + b_1 z[i, j, t] + b_2 z^2[i, j, t]) (z[i+1, j, t] - z[i, j, t]) + \frac{\Delta t}{\Delta y} (c_0 + c_1 z[i, j, t] + c_2 z^2[i, j, t]) (z[i, j+1, t] - z[i, j, t]) + \\ & \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} (d_0 + d_1 z[i, j, t] + d_2 z^2[i, j, t]) (z[i+1, j, t] - 2z[i, j, t] + z[i-1, j, t]) + \frac{\Delta t}{(\Delta y)^2} (e_0 + e_1 z[i, j, t] + e_2 z^2[i, j, t]) (z[i, j+1, t] - 2z[i, j, t] + z[i, j-1, t]) + \\ & \frac{\Delta t}{(\Delta x)(\Delta y)} (f_0 + f_1 z[i, j, t] + f_2 z^2[i, j, t]) (z[i+1, j+1, t] - z[i+1, j, t] - z[i, j+1, t] + z[i, j, t]) \end{aligned}$$

表3 SINDy方法在10组MODIS NDVI数据上求解的主控方程系数

Table 3 Coefficients of the governing equation solved by the SINDy method on ten sets of MODIS NDVI data

| 方程系数  | 实验组号   |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|       | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
| $a_0$ | 0.002  | 0.001  | 0.002  | -0.001 | -0.002 | 0.000  | -0.001 | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| $a_1$ | -0.065 | -0.022 | -0.086 | 0.022  | 0.027  | 0.000  | 0.015  | 0.005  | 0.000  | -0.001 |
| $a_2$ | 0.573  | 0.034  | 0.887  | -0.123 | -0.069 | 0.000  | -0.080 | -0.023 | -0.007 | -0.010 |
| $b_0$ | 0.000  | -0.011 | -0.003 | 0.000  | 0.002  | -0.003 | 0.008  | 0.002  | -0.006 | -0.001 |
| $b_1$ | -0.118 | 0.022  | 0.049  | -0.016 | -0.007 | 0.002  | -0.034 | 0.013  | 0.020  | -0.017 |
| $b_2$ | 1.349  | -0.013 | -0.240 | 0.040  | -0.017 | 0.016  | -0.238 | -0.017 | 0.032  | 0.117  |
| $c_0$ | 0.002  | -0.010 | -0.004 | -0.007 | 0.006  | 0.005  | 0.028  | 0.001  | 0.004  | -0.003 |
| $c_1$ | -0.114 | 0.011  | 0.000  | -0.017 | -0.026 | -0.036 | -0.298 | 0.013  | -0.025 | 0.009  |
| $c_2$ | 1.382  | 0.012  | 0.662  | 0.075  | 0.075  | 0.011  | 0.832  | -0.007 | -0.010 | 0.138  |
| $d_0$ | -0.018 | 0.005  | -0.019 | 0.001  | 0.001  | 0.001  | -0.002 | 0.000  | 0.001  | -0.001 |
| $d_1$ | 0.305  | -0.014 | 0.450  | 0.033  | -0.003 | -0.011 | 0.010  | 0.002  | -0.013 | 0.001  |
| $d_2$ | 0.084  | 0.010  | -1.563 | -0.087 | 0.006  | 0.015  | 0.098  | -0.004 | -0.002 | 0.040  |
| $e_0$ | -0.006 | 0.011  | -0.012 | 0.009  | 0.004  | 0.001  | 0.005  | 0.003  | 0.002  | 0.003  |
| $e_1$ | -0.236 | -0.047 | 0.212  | -0.073 | -0.020 | -0.004 | -0.030 | -0.009 | 0.009  | -0.009 |
| $e_2$ | 5.263  | 0.027  | 0.754  | 0.007  | 0.000  | 0.000  | -0.124 | -0.037 | -0.049 | -0.093 |
| $f_0$ | 0.039  | 0.039  | 0.017  | 0.044  | 0.008  | -0.001 | 0.006  | 0.020  | -0.002 | -0.005 |
| $f_1$ | -1.984 | -0.186 | -1.395 | -0.519 | -0.058 | 0.053  | -0.057 | -0.206 | 0.066  | -0.007 |
| $f_2$ | 21.300 | 0.137  | 19.730 | 0.691  | 0.015  | -0.122 | -0.053 | 0.182  | 0.078  | 0.028  |

4.4 实验结果

对十组 NDVI 数据未来 20 个时相的预测结果进行了定量评价，每组实验 20 个时相 SSIM、PSNR、MSE 3 个指标的均值如表 4 所示，所有实验 SSIM、PSNR 和 MSE 的均值分别为 0.7244、28.09 和 0.005741，预测结果与真值的结构相似度较高，失

真和误差适中。我们将实验 1 和实验 6 两组实验预测的第 1、6、11、16、20 个时相的结果及其对应的真值进行了可视化，如图 10 所示，可以发现，SINDY 在预测过程对 NDVI 数值较大区域的预测结果失真较大，在 NDVI 数值较小的区域预测结果较为准确。

表 4 主控方程反演方法在 10 组 MODIS NDVI 数据上的时间序列影像预测结果定量评价

Table 4 Quantitative evaluation of time series image prediction results of governing equation identification method on ten sets of MODIS NDVI data

| 实验组 | SSIM ↑ | PSNR ↑ | MSE ↓    |
|-----|--------|--------|----------|
| 1   | 0.7146 | 30.94  | 0.000865 |
| 2   | 0.3277 | 16.93  | 0.031585 |
| 3   | 0.7790 | 33.07  | 0.000517 |
| 4   | 0.7412 | 27.63  | 0.002424 |
| 5   | 0.7916 | 26.35  | 0.004868 |
| 6   | 0.7236 | 25.81  | 0.006622 |
| 7   | 0.9404 | 39.88  | 0.000106 |
| 8   | 0.6889 | 26.90  | 0.003835 |
| 9   | 0.7000 | 24.86  | 0.004412 |
| 10  | 0.8369 | 28.21  | 0.002174 |
| 均值  | 0.7244 | 28.09  | 0.005741 |

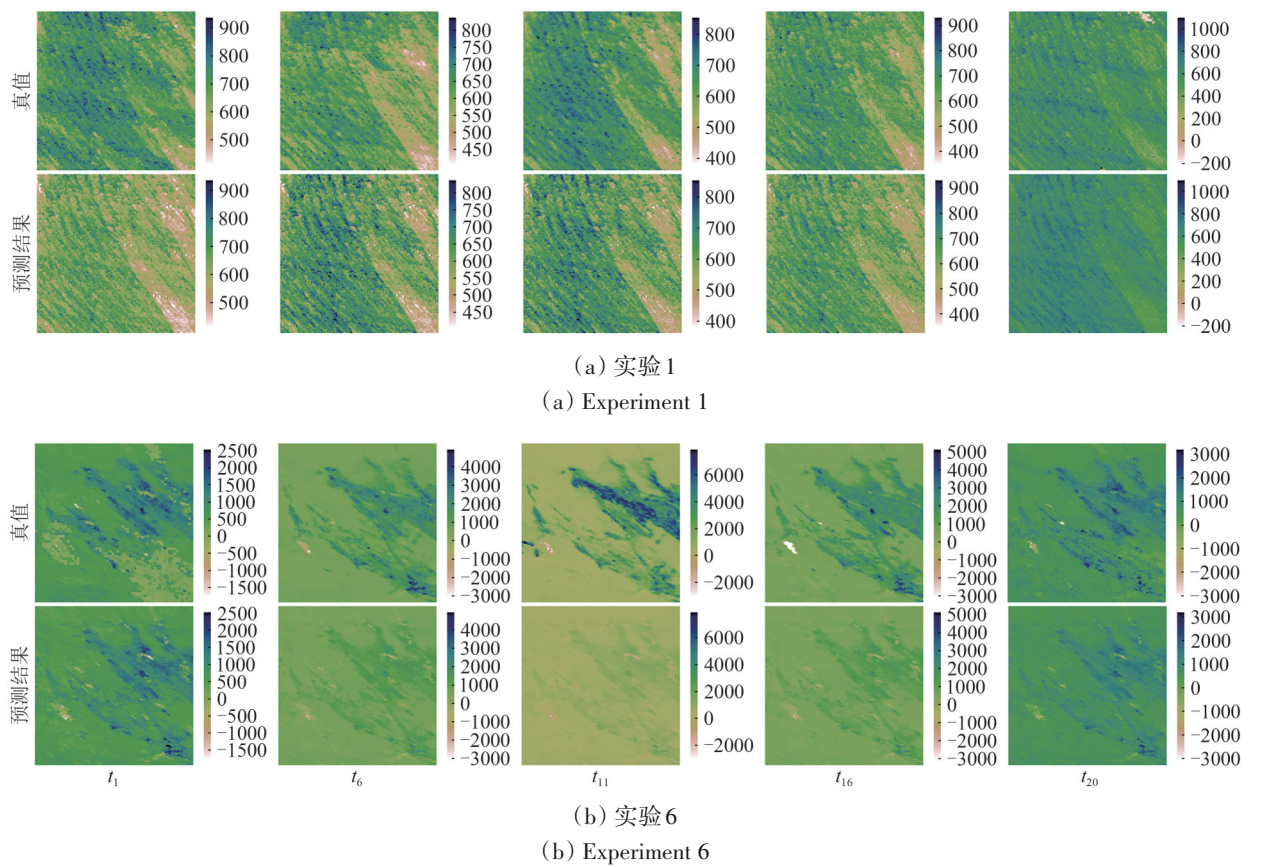


图 10 主控方程反演方法在实验 1 和实验 6 中的影像预测结果图(预测时相  $t = 1/6/11/16/20$ )

Fig. 10 Image prediction results of the governing equation identification method in experiment 1 and 6 when  $t = 1/6/11/16/20$

## 5 基于潜在空间状态变量发现的动态建模方法

### 5.1 方法的提出与发展

利用深度学习方法从数据中反演未知的偏微分方程是当前的研究热点之一。从数据中反演未知的微分（或偏微分）方程，主要是反演方程的右端项或方程的演化算子等，如式（2）—（3）。这种方法与第4.1节的方法不同仅在于所构建的动态过程表达函数 $f$ 是深度神经网络函数。

近几年，数据驱动发现微分方程的工作进展迅速。González-García 等（1998）基于人工神经网络开发了一种识别分布式参数系统的算法，被训练来近似偏微分方程的右侧。所建立的方程能够准确捕捉分布式系统的动态特性，并为理解和表征这类系统的动态行为提供了一种工具。Regazzoni 等（2019）、An 等（2020）、Wu 等（2022）分别考虑了循环神经网络架构、深度卷积神经网络框架及残差网络架构从数据中学习未知微分方程的框架。类似的工作还有很多。Parish 和 Carlberg（2020）证明了人工神经网络模型能够以任意期望的精度逼近由常微分方程描述的每个时变模型，并在包括大规模常微分方程、抛物线时变偏微分方程和双曲线时变偏微分方程的多个问题上得到了验证。

在复杂系统中，当系统的行为受到众多因素的影响，直接建立微分方程往往非常困难时，可以考虑去发现一个如式（4）所示的能概括系统时空动态变化的演化方程或算子，深度自编码器是可行的工具，它旨在发现一个能够完整描述高维输入数据基本特征的潜在空间，在降维的同时提取特征，这使得自编码器非常适合用于动态系统的建模。

自编码器 AE（Auto-Encoder）是一种无监督的神经网络，最初由 Rumelhart 等人提出（1986）。传统自编码器由编码器和解码器两部分组成。在学习过程中，自编码器将输入数据压缩为低维的表示，再经过解码器从低维空间重构到输入空间，其重构损失通常定义为输入和输出之间的均方误差或交叉熵，并通过反向传播最小化，使用均方误差损失函数的自编码器如图3所示。

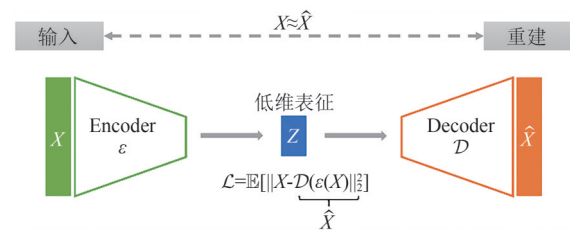


图3 使用均方误差损失函数的自编码器结构

Fig. 3 A typical auto-encoder structure with mean square error loss function

自编码器自提出之后发展迅速，出现了降噪自编码器（Vincent 等，2008）、稀疏自编码器（Makhzani 和 Frey，2013）、收缩自编码器（Rifai 等，2011）、饱和自编码器（Goroshin 和 LeCun，2013）、卷积自编码器（Masci 等，2011）等多种自编码器结构，它们在异常检测、故障诊断、图像分类等领域取得了显著的成果。

其中，Chen 等（2022）的研究提出了一种深度自编码器框架，用于确定状态变量的数量和特征。并利用物理系统的视频记录证明了其高效性。该方法发现了观察到的动态系统的内在维度，并且可以在不预先知道状态变量的情况下识别候选状态变量集，且识别的这些变量能够准确描述观察到的动态变化。研究结果展示了该方法在单摆、燃烧等多个物理动态系统预测上的出色表现。Chen 等（2022）的研究不仅给出了通过潜在空间动态建模表达动态系统的思路，也给出了动态系统变量发现的一种方法。

Chen 等（2022）的研究与基于 POD 的方法相同点均是发现潜在空间，继而在潜在空间描述动态系统，然后映射到原始空间。不同的是基于 POD 的方法发现的潜在空间是线性降维的空间，Chen 等的研究发现的潜在空间是流形。

### 5.2 基于神经状态变量发现的地表动态变化过程建模

系统的状态变量，指足以完全确定系统运动状态的最小一组变量。神经状态变量，指在神经网络变换生成的潜在空间中可以准确捕获动态系统的状态变量。

状态变量发现网络 SVDN（State Variable Discovery Network）（Chen 等，2022）通过自编码器网络直接从视频流中自动建模物理系统的动态，其核心是从高维观测数据中发现隐藏的状态变量，

进而通过状态变量来进行系统未来状态的预测。该方法的总体架构如图 11 所示，分为内在维度估计、发现神经状态变量两个阶段。第一个阶段训练了一个动态预测神经网络，该网络是一个自编码器网络，能够从当前状态预测未来状态，然后对汇总的潜在嵌入向量应用几何流形学习算法估

计系统的内在维度 ID (Intrinsic Dimension)，即描述系统状态所需的最小独立变量数；第二个阶段训练了另一个自编码器网络，从先前训练的潜在嵌入中识别出与内在维度相同维度的神经状态变量，这些神经状态变量能够准确捕捉系统的整体动态，进而用于生成稳定的长期预测。

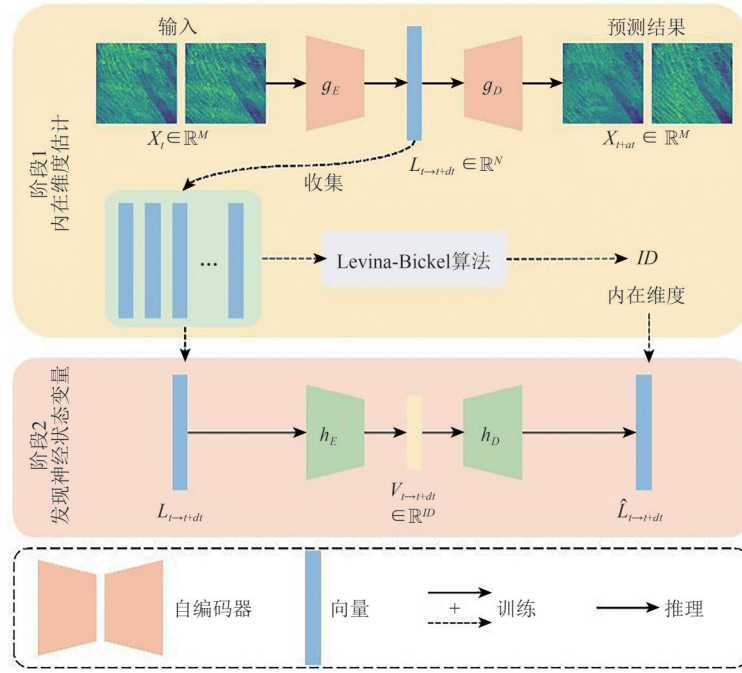


图 11 基于状态变量发现网络的地表动态变化过程建模与影像序列预测方法流程框架

Fig. 11 The process framework of land surface dynamics modeling and image sequence prediction method based on state variable discovery network

假设某区域的遥感时间序列数据为  $X$ ，其同时也是一个动态系统，我们可以将这个动态系统的模型表达为

$$X_{t+dt} = F(X_t), t = 0, dt, 2dt, 3dt, \dots \quad (15)$$

式中， $X_t$  是系统在时间  $t$  的状态， $dt$  是离散时间增量， $F$  描述了系统在时间  $dt$  内从状态  $X_t$  到状态  $X_{t+dt}$  的演化关系。下文对 SVDN 方法两个阶段的进行了详细描述。

(1) 内在维度估计。首先，该阶段通过自监督的方式进行系统动力学学习，将高维视觉观察映射到相对低维嵌入，然后将其再次投影到高维图像空间，以预测未来的视频帧。如果模型能够成功地产生准确的未来预测，则说明低维嵌入捕捉了足够的系统动力学信息。具体实现方式为，将一对连续的图像  $X_t \in \mathbb{R}^M$  输入一个编码器  $g_E$  得到一个相对低维的潜在嵌入向量  $L_{t \rightarrow t+dt} \in \mathbb{R}^N$ ，再将该潜在嵌入向量通过一个解码器  $g_D$  得到一对连续

的未来图像  $X_{t+dt} \in \mathbb{R}^M$ 。 $g_E \circ g_D$  组成一个自编码器网络，其训练过程中使用了 L2 损失函数，表达为式：

$$L = E_X \left[ \left\| g_D(g_E(X_t)) - X_{t+dt} \right\|_2^2 \right] \quad (16)$$

进一步，受到利用嵌入向量几何结构的传统流形学习方法的启发，SVDN 采用了一种可以从潜在向量中自动发现动力学系统内在维度的解决方案，该方案将从训练好的自编码器网络  $g_E \circ g_D$  收集的潜在向量  $\{L^{(1)}, L^{(2)}, \dots, L^{(N)}\}$  视为潜在嵌入空间中维数 ID 流形上的  $N$  个数据点。在该流形上，给定距离  $r$ ，当  $r$  很小时，距离任何给定数据点  $L^{(i)}$  的距离  $r$  内的数据点的数量与  $r^D$  成正比。因此，SVDN 采用 Levina Bickel 算法对  $L^{(i)}$  附近的局部 ID 进行了估计，表达为式：

$$ID_i = \frac{1}{k-2} \sum_{j=1}^{k-1} \log \frac{T_k(L^{(i)})}{T_j(L^{(i)})}, i = 1, 2, \dots, N \quad (17)$$

式中,  $T_k(L^{(i)})$  是  $L^{(i)}$  与其在  $\{L^{(1)}, L^{(2)}, \dots, L^{(N)}\}$  中的第  $k$  个最近邻之间的欧几里德距离。最后, 全局 ID 的估计表达式为

$$ID = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{k-2} \sum_{j=1}^{k-1} \log \frac{T_k(L^{(i)})}{T_j(L^{(i)})} \quad (18)$$

(2) 发现神经状态变量。状态变量的数量 (内在维度 ID) 已经在第一阶段得到确定, 第二阶段的目的是找到实际的变量本身。SVDN 训练了另一个自编码器网络  $h_E \circ h_D$ , 它接受第一阶段训练好的潜在嵌入向量  $L_{t \rightarrow t+dt}$  并输出其重建结果  $\hat{L}_{t \rightarrow t+dt}$ , 该自编码器网络的潜在嵌入向量的维度等于从第一阶段得到的内在维数 ID, 并且可以将这些潜在的嵌入向量识别为神经状态变量。同样使用 L2 损失函数来训练自编码器网络, 损失函数表达式为:

$$L = E_X \left[ \left\| h_D(h_E(L_{t \rightarrow t+dt})) - L_{t \rightarrow t+dt} \right\|_2^2 \right] \quad (19)$$

在得到训练好的两个自编码器  $g_E \circ g_D$  和  $h_E \circ h_D$  后, SVDN 通过这两个自编码器对遥感时间序列未来时相的图像进行预测, 预测过程表达式为

$$\hat{X}_{t+dt} = g_D(h_D(h_E(g_E(X_t)))) \quad (20)$$

## 5.2 建模过程

第 1 步, 使用 NDVI 数据训练第一个自编码器网络  $g_E \circ g_D$ 。输入的两张图像组合后的维度为  $128 \times 256$ , 通过自编码器网络得到维度为 64 维的低维嵌入, 通过收集所有数据上低维嵌入得到潜在向量集合  $\{L^{(1)}, L^{(2)}, \dots, L^{(N)}\}$ , 然后使用 LB 算法得到实验数据的内在维度 ID, 10 组实验的内在维数 ID 如表 5 所示, LB 算法的结果给出了所有潜在向量的局部  $ID_i$  的均值和方差 (Mean ( $\pm$ std)), 可以看到, 由于这 10 组实验数据的原始维度相同且都取自同一幅 MODIS 图像, 特征变化规律相近, 因此, 其内在维度相差不大, 除第二组外基本上位于 5—8 维。

第 2 步, 使用收集的潜在向量训练第二个自编码器网络  $h_E \circ h_D$ , 将 64 维的潜在向量映射到对应 ID 维度的更低维度的潜在嵌入, 这个潜在嵌入被称为神经状态变量, 它给出了实验数据组成的系统动力学的完整描述, 最后通过该神经状态变量对高维的 NDVI 数据进行预测。

表 5 LB 算法得到的 10 组实验的内在维度 ID

Table 5 Intrinsic dimension IDs of the ten sets of experiments obtained by the LB algorithm

| 实验组号 | ID (Mean ( $\pm$ std)) |
|------|------------------------|
| 1    | 8.12 ( $\pm 0.42$ )    |
| 2    | 12.30 ( $\pm 0.59$ )   |
| 3    | 8.22 ( $\pm 0.44$ )    |
| 4    | 7.66 ( $\pm 0.30$ )    |
| 5    | 6.31 ( $\pm 0.15$ )    |
| 6    | 5.09 ( $\pm 0.42$ )    |
| 7    | 5.92 ( $\pm 0.02$ )    |
| 8    | 6.89 ( $\pm 0.17$ )    |
| 9    | 6.56 ( $\pm 0.25$ )    |
| 10   | 6.71 ( $\pm 0.28$ )    |

## 5.3 实验结果

对十组 NDVI 数据未来 20 个时相的预测结果进行了定量评价, 每组实验 20 个时相 SSIM、PSNR、MSE 等 3 个指标的均值如表 6 所示, 所有实验 SSIM、PSNR 和 MSE 的均值分别为 0.8205、31.10 和 0.003378, 预测结果与真值相比, 失真较小, 相似度高。我们将实验 1 和实验 6 两组实验预测的第 1、6、11、16、20 个时相的结果及其对应的真值进行了可视化, 如图 12 所示, SVDN 在长时序预测的过程中仍然能够保持较好的 NDVI 数值准确性和空间分布的一致性。

表 6 状态变量发现网络方法在 10 组 MODIS NDVI 数据上的时间序列影像预测结果定量评价

Table 6 Quantitative evaluation of time series image prediction results of state variable discovery network method on ten sets of MODIS NDVI data

| 实验组 | SSIM $\uparrow$ | PSNR $\uparrow$ | MSE $\downarrow$ |
|-----|-----------------|-----------------|------------------|
| 1   | 0.8341          | 33.67           | 0.000584         |
| 2   | 0.8822          | 36.63           | 0.000259         |
| 3   | 0.4557          | 18.33           | 0.024268         |
| 4   | 0.7907          | 27.97           | 0.002533         |
| 5   | 0.8881          | 32.48           | 0.000912         |
| 6   | 0.8833          | 31.16           | 0.000943         |
| 7   | 0.9648          | 40.50           | 0.000092         |
| 8   | 0.8334          | 31.00           | 0.001074         |
| 9   | 0.8016          | 28.94           | 0.001751         |
| 10  | 0.8712          | 30.36           | 0.001367         |
| 均值  | 0.8205          | 31.10           | 0.003378         |

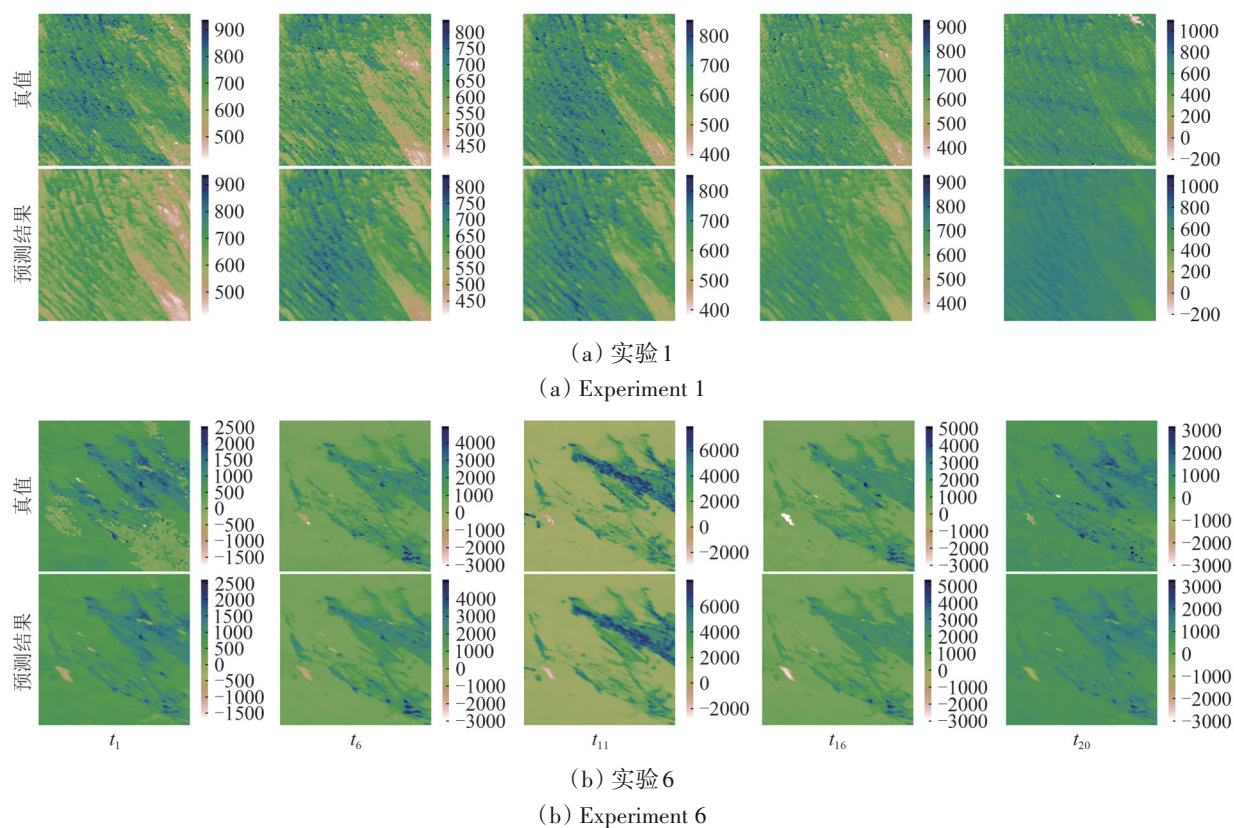


图 12 状态变量发现网络方法在实验 1 和实验 6 中的影像预测结果图(预测时相  $t = 1/6/11/16/20$ )

Fig. 12 Image prediction results of the state variable discovery network method in experiment 1 and 6 when  $t = 1/6/11/16/20$

## 6 结 语

长时间序列地表遥感影像动态建模与预测实验中,时空模态分解、主控偏微分方程反演、以及状态变量发现网络这3类数据驱动的方法均能对蕴含在序列影像中的时空变化动态进行建模,并预测较长时间的后续影像,预测结果基本能够保持较为真实的NDVI数值大小以及良好的时空一致性。这3种方法也显示出了各自的理论特点与应用价值,时空模态分解方法将地表影像拆解为不随时间变化的空间模态与随时间变化的时间系数的线性组合,简洁且可解释性强,可提取不同地区的空间变化模式,通过在时间域的预测最终实现时空域的预测;主控偏微分方程反演方法能够求解出地表时空变化偏微分方程的具体形式,通过对方程的项及其系数物理意义的研究,可以发现关于地表变化驱动因素的新知识;状态变量发现网络能够计算出影响地表变化的潜在变量和本征维数,通过潜在空间的演化实现模型更精准的建模与预测,该方法充分体现了利用深度神经网络建模的精度优势。

本文研究结果表明,数据驱动的动态系统建模方法可以为地表变化建模这一复杂问题提供有效技术途径,也为AI for Science的新科学范式提供了典型例证。基于地表动态变化模型可以实现指定时刻指定空间尺度下的地表正常状态的预测,为时相插值、超分辨率、异常检测、地表变化规律与知识发现等研究与应用提供新的方法模式。

虽然本文实验表明存在数据驱动的方法能对蕴含在序列影像中的时空变化动态进行建模,但这仅仅是向前迈出的第一步,每个模型的可解释性、模型选择、模型的压缩和评估,以及干预的建模及干预下的系统动态建模都将是未来需要进一步认真探索的问题,这将是遥感实现从资源调查到变化监测再到未来预测走出的一步。

## 参考文献(References)

- An J, Wang H Y, Liu B, Luo K H, Qin F and He G Q. 2020. A deep learning framework for hydrogen-fueled turbulent combustion simulation. *International Journal of Hydrogen Energy*, 45(35): 17992-18000 [DOI: 10.1016/j.ijhydene.2020.04.286]
- Back A D and Weigend A S. 1997. A first application of independent

- component analysis to extracting structure from stock returns. *International Journal of Neural Systems*, 8(4): 473-484 [DOI: 10.1142/S0129065797000458]
- Bakarji J, Champion K, Kutz J N and Brunton S L. 2023. Discovering governing equations from partial measurements with deep delay autoencoders. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 479(2276): 20230422 [DOI: 10.1098/rspa.2023.0422]
- Boyce W E and DiPrima R C. 2008. *Elementary Differential Equations*. 9th ed. New York: Wiley
- Brunton S L, Proctor J L and Kutz J N. 2016. Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 113(15): 3932-3937 [DOI: 10.1073/pnas.1517384113]
- Carrassi A, Bocquet M, Bertino L and Evensen G. 2018. Data assimilation in the geosciences: an overview of methods, issues, and perspectives. *WIREs Climate Change*, 9(5): e535 [DOI: 10.1002/wcc.535]
- Champion K, Lusch B, Kutz J N and Brunton S L. 2019. Data-driven discovery of coordinates and governing equations. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 116(45): 22445-22451 [DOI: 10.1073/pnas.1906995116]
- Chen B Y, Huang K, Raghupathi S, Chandratreya I, Du Q and Lipson H. 2022. Automated discovery of fundamental variables hidden in experimental data. *Nature Computational Science*, 2(7): 433-442 [DOI: 10.1038/s43588-022-00281-6]
- Chen K K, Tu J H and Rowley C W. 2012. Variants of dynamic mode decomposition: boundary condition, Koopman, and Fourier analyses. *Journal of Nonlinear Science*, 22(6): 887-915 [DOI: 10.1007/s00332-012-9130-9]
- Chen Y, Ren D F and Han Y G. 2023. A fast method for predicting transient temperature field of ground target based on limited measuring point data. *Infrared and Laser Engineering*, 52(11): 20230103 (陈颖, 任登凤, 韩玉阁. 2023. 一种基于有限测点数据的地面目标瞬态温度场快速预测方法. *红外与激光工程*, 52(11): 20230103) [DOI: 10.3788/IRLA20230103]
- Cortiella A, Park K C and Doostan A. 2021. Sparse identification of nonlinear dynamical systems via reweighted  $\ell_1$ -regularized least squares. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 376: 113620 [DOI: 10.1016/j.cma.2020.113620]
- Dai Y J. 2020. Issues in research and development of land surface process model. *Transactions of Atmospheric Sciences*, 43(1): 33-38 (戴永久. 2020. 陆面过程模式研发中的问题. *大气科学学报*, 43(1): 33-38) [DOI: 10.13878/j.cnki.dqkxxb.20200103006]
- E W N. 2021. The dawning of a new era in applied mathematics. *Notices of the American Mathematical Society*, 68(4): 565-571 [doi: 10.1090/noti2259]
- E W N. 2023. AI for Science: A technological revolution in taking place. <https://bda.pku.edu.cn/info/1003/2083.htm> (鄂维南. 2023. AI for Science: 一场正在发生的科技革命. <https://bda.pku.edu.cn/info/1003/2083.htm>)
- Everson R and Sirovich L. 1995. Karhunen - Loève procedure for gap-py data. *Journal of the Optical Society of America A*, 12(8): 1657-1664 [DOI: 10.1364/JOSAA.12.001657]
- Fan J Q and Yao Q W. 2005. *Nonlinear Time Series: Modeling, Forecasting and Applications*. Chen M, trans. Beijing: Higher Education Press (范剑青, 姚琦伟. 2005. 非线性时间序列: 建模、预报及应用. 陈敏, 译. 北京: 高等教育出版社)
- González-García R, Rico-Martínez R and Kevrekidis I G. 1998. Identification of distributed parameter systems: a neural net based approach. *Computers and Chemical Engineering*, 22: S965-S968 [DOI: 10.1016/S0098-1354(98)00191-4]
- Goroshin R and LeCun Y. 2013. Saturating auto-encoders. *arXiv preprint arXiv: 1301.3577* [DOI: 10.48550/arXiv.1301.3577]
- Graves A and Schmidhuber J. 2005. Framewise phoneme classification with bidirectional LSTM and other neural network architectures. *Neural Networks*, 18(5/6): 602-610 [DOI: 10.1016/j.neunet.2005.06.042]
- Grosek J and Kutz J N. 2014. Dynamic mode decomposition for real-time background/foreground separation in video. *arXiv preprint arXiv: 1404.7592* [DOI: 10.48550/arXiv.1404.7592]
- He J H, Chen Z Z, Zhao C, Chen X, Wei Y Y and Zhang C Y. 2022. Wave parameter inversion with coherent microwave radar using spectral proper orthogonal decomposition. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60: 2006311 [DOI: 10.1109/TGRS.2022.3203512]
- Hemati M S, Rowley C W, Deem E A and Cattafesta L N. 2017. De-biasing the dynamic mode decomposition for applied Koopman spectral analysis of noisy datasets. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 31(4): 349-368 [DOI: 10.1007/s00162-017-0432-2]
- Hirsh S M. 2020. *Dimensionality Reduction and Sparsity Promotion for Complex Dynamical Systems*. Seattle: University of Washington.
- Huang Z W, Li T, Huang K X, Ke H B, Lin M and Wang Q W. 2022. Predictions of flow and temperature fields in a T-junction based on dynamic mode decomposition and deep learning. *Energy*, 261: 125228 [DOI: 10.1016/j.energy.2022.125228]
- Jadhav Y and Barati Farimani A. 2022. Dominant motion identification of multi-particle system using deep learning from video. *Neural Computing and Applications*, 34(20): 18183-18193 [DOI: 10.1007/s00521-022-07421-z]
- Ji H L, Chen R L and Li P. 2016. Numerical simulation of a helicopter operating in a reconstructed ship airwake based on POD method. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 37(3): 771-779 (吉洪蕾, 陈仁良, 李攀. 2016. 耦合 POD 重构舰面流场的直升机舰面起降数值模拟. *航空学报*, 37(3): 771-779) [DOI: 10.7527/S1000-6893.2015.0253]
- Jiang Y X, Xiong X, Zhang S, Wang J X, Li J C and Du L. 2021. Modeling and prediction of the transmission dynamics of COVID-19 based on the SINDy-LM method. *Nonlinear Dynamics*, 105(3):

- 2775-2794 [DOI: 10.1007/s11071-021-06707-6]
- Jovanović M R, Schmid P J and Nichols J W. 2014. Sparsity-promoting dynamic mode decomposition. *Physics of Fluids*, 26(2): 024103 [DOI: 10.1063/1.4863670]
- Kang L H, Tian J and Jiang B T. 2024. Challenges and research on remote sensing satellite application technology in the giant constellation era. *National Remote Sensing Bulletin*, 28(7): 1658-1666 (康利鸿, 田菁, 江碧涛. 2024. 巨星座时代遥感卫星应用技术挑战与思考. *遥感学报*, 28(7): 1658-1666) [DOI: 10.11834/jrs.20233248.]
- Kastian S, Moser D, Grasedyck L and Reese S. 2020. A two-stage surrogate model for Neo-Hookean problems based on adaptive proper orthogonal decomposition and hierarchical tensor approximation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 372: 113368 [DOI: 10.1016/j.cma.2020.113368]
- Kim S and Shin H. 2024. Data-driven multiscale finite-element method using deep neural network combined with proper orthogonal decomposition. *Engineering with Computers*, 40(1): 661-675 [DOI: 10.1007/s00366-023-01813-y]
- Kou J Q, Le Clainche S and Zhang W W. 2018. A reduced-order model for compressible flows with buffeting condition using higher order dynamic mode decomposition with a mode selection criterion. *Physics of Fluids*, 30(1): 016103 [DOI: 10.1063/1.4999699]
- Kou J Q and Zhang W W. 2021. Data-driven modeling for unsteady aerodynamics and aeroelasticity. *Progress in Aerospace Sciences*, 125: 100725 [DOI: 10.1016/j.paerosci.2021.100725]
- Kutz J N. 2013. *Data-Driven Modeling and Scientific Computation: Methods for Complex Systems and Big Data*. Oxford: Oxford University Press
- Kutz J N, Brunton S L, Brunton B W and Proctor J L. 2016. *Dynamic Mode Decomposition: Data-Driven Modeling of Complex Systems*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics [DOI: 10.1137/1.9781611974508]
- Le Clainche S and Vega J M. 2017. Higher order dynamic mode decomposition. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 16(2): 882-925 [DOI: 10.1137/15M105492]
- Li C Y, Liu S S and Chen J B. 2005. *Introduction to Dynamic Meteorology*. Beijing: China Meteorological Press: 5-10 (李崇银, 刘式适, 陈嘉滨. 2005. *动力气象学导论*. 北京: 气象出版社: 5-10)
- Lu L, Jin P Z, Pang G F, Zhang Z Q and Karniadakis G E. 2021. Learning nonlinear operators via DeepONet based on the universal approximation theorem of operators. *Nature Machine Intelligence* 3(3): 218-229 [doi: 10.1038/s42256-021-00302-5]
- Lumley J L. 1967. The structure of inhomogeneous turbulent flows// Yaglom A M and Tartarsky V I. *Atmospheric Turbulence and Radio Wave Propagation*. 166-177
- Maddu S, Cheeseman B L, Müller C L and Sbalzarini I F. 2021. Learning physically consistent differential equation models from data using group sparsity. *Physical Review E*, 103(4): 042310 [DOI: 10.1103/PhysRevE.103.042310]
- Makhzani A and Frey B. 2013. K-sparse autoencoders//2nd International Conference on Learning Representations. Banff: ICLR [DOI: 10.48550/arXiv.1312.5663]
- Masci J, Meier U, Cireşan D and Schmidhuber J. 2011. Stacked convolutional auto-encoders for hierarchical feature extraction//21st International Conference on Artificial Neural Networks and Machine Learning. Espoo: Springer: 52-59 [DOI: 10.1007/978-3-642-21735-7\_7]
- Mu X F, Yao W X, Yu X Q, Liu K L and Xue F. 2005. A survey of surrogate models used in MDO. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 22(5): 608-612 (穆雪峰, 姚卫星, 余雄庆, 刘克龙, 薛飞. 2005. 多学科设计优化中常用代理模型的研究. *计算力学学报*, 22(5): 608-612)
- Naozuka G T, Rocha H L, Silva R S and Almeida R C. 2022. SINDy-SA framework: enhancing nonlinear system identification with sensitivity analysis. *Nonlinear Dynamics*, 110(3): 2589-2609 [DOI: 10.1007/s11071-022-07755-2]
- Ninni D and Mendez M A. 2020. MODULO: a software for multiscale proper orthogonal decomposition of data. *SoftwareX*, 12: 100622 [DOI: 10.1016/j.softx.2020.100622]
- Parish E J and Carlberg K T. 2020. Time-series machine-learning error models for approximate solutions to parameterized dynamical systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 365: 112990 [DOI: 10.1016/j.cma.2020.112990]
- Pearson K. 1901. On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 2(11): 559-572 [DOI: 10.1080/14786440109462720]
- Pergam P and Briesen H. 2023. Reduced order modeling for compressible cake filtration processes using proper orthogonal decomposition. *Computers and Chemical Engineering*, 171: 108165 [DOI: 10.1016/j.compchemeng.2023.108165]
- Prasadan A and Nadakuditi R R. 2020. Time series source separation using dynamic mode decomposition. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 19(2): 1160-1199 [DOI: 10.1137/19M1273256]
- Proctor J L and Eckhoff P A. 2015. Discovering dynamic patterns from infectious disease data using dynamic mode decomposition. *International Health*, 7(2): 139-145 [DOI: 10.1093/inthealth/ihv009]
- Regazzoni F, Dedè L and Quarteroni A. 2019. Machine learning for fast and reliable solution of time-dependent differential equations. *Journal of Computational Physics*, 397: 108852 [DOI: 10.1016/j.jcp.2019.07.050]
- Reichstein M, Camps-Valls G, Stevens B, Jung M, Denzler J, Carvalhais N and Prabhat. 2019. Deep learning and process understanding for data-driven earth system science. *Nature*, 566(7743): 195-204 [doi: 10.1038/s41586-019-0912-1]
- Rifai S, Vincent P, Muller X, Glorot X and Bengio Y. 2011. Contractive auto-encoders: explicit invariance during feature extraction// *Proceedings of the 28th International Conference on International*

- Conference on Machine Learning. Bellevue: Omnipress: 833-840 [DOI: 10.5555/3104482.3104587]
- Rowley C W. 2005. Model reduction for fluids, using balanced proper orthogonal decomposition. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 15(3): 997-1013 [DOI: 10.1142/S0218127405012429]
- Rudy S H, Brunton S L, Proctor J L and Kutz J N. 2017. Data-driven discovery of partial differential equations. *Science Advances*, 3(4): e1602614 [DOI: 10.1126/sciadv.1602614]
- Rumelhart D E, Hinton G E and Williams R J. 1986. Learning representations by back-propagating errors. *Nature*, 323(6088): 533-536 [DOI: 10.1038/323533a0]
- Schmid P J. 2010. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data. *Journal of Fluid Mechanics*, 656: 5-28 [DOI: 10.1017/S0022112010001217]
- Schmid P J. 2011. Application of the dynamic mode decomposition to experimental data. *Experiments in Fluids*, 50(4): 1123-1130 [DOI: 10.1007/s00348-010-0911-3]
- Shi X J, Chen Z R, Wang H, Yeung D Y, Wong W K and Woo W C. 2015. Convolutional LSTM network: a machine learning approach for precipitation nowcasting//*Proceedings of the 29th International Conference on Neural Information Processing Systems*. Montreal: MIT Press: 802-810
- Sirovich L. 1987. Turbulence and the dynamics of coherent structures. I. Coherent structures. *Quarterly of Applied Mathematics*, 45(3): 561-571 [DOI: 10.1090/qam/910462]
- Soto Á M, Güemes A and Discetti S. 2024. Complete flow characterization from snapshot PIV, fast probes and physics-informed neural networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 419: 116652 [DOI: 10.1016/j.cma.2023.116652]
- Susuki Y and Mezic I. 2011. Nonlinear Koopman modes and coherence identification of coupled swing dynamics. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(4): 1894-1904 [DOI: 10.1109/TPWRS.2010.2103369]
- Tu J H, Rowley C W, Luchtenburg D M, Brunton S L and Kutz J N. 2014. On dynamic mode decomposition: theory and applications. *Journal of Computational Dynamics*, 1(2): 391-421 [DOI: 10.3934/jcd.2014.1.391]
- Vincent P, Larochelle H, Bengio Y and Manzagol P A. 2008. Extracting and composing robust features with denoising autoencoders//*Proceedings of the 25th International Conference on Machine Learning*. Helsinki: ACM: 1096-1103 [DOI: 10.1145/1390156.1390294]
- Wang R, Maddix D, Faloutsos C, Wang Y Y and Yu R. 2020a. Bridging physics-based and data-driven modeling for learning dynamical systems//*Proceedings of the 3rd Conference on Learning for Dynamics and Control*. [s.l.]: PMLR: 385-398.
- Wang Z, Huan X and Garikipati K. 2019. Variational system identification of the partial differential equations governing the physics of pattern-formation: Inference under varying fidelity and noise. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 356: 44-74 [DOI: 10.1016/j.cma.2019.07.007]
- Wang Z, Zhang X, Teichert G H, Carrasco-Teja M and Garikipati K. 2020b. System inference for the spatio-temporal evolution of infectious diseases: Michigan in the time of COVID-19. *Computational Mechanics*, 66(5): 1153-1176 [DOI: 10.1007/s00466-020-01894-2]
- Williams M O, Kevrekidis I G and Rowley C W. 2015. A data - driven approximation of the koopman operator: extending dynamic mode decomposition. *Journal of Nonlinear Science*, 25(6): 1307-1346 [DOI: 10.1007/s00332-015-9258-5]
- Wu J. 2016. *Intelligent Era*. Beijing: Citic Press Corporation (吴军). 2016. *智能时代*. 北京: 中信出版社)
- Wu P, Qiu F, Feng W B, Fang F X and Pain C. 2022. A non-intrusive reduced order model with transformer neural network and its application. *Physics of Fluids*, 34(11): 115130 [DOI: 10.1063/5.0123185]
- Xu T R and Zhang G Q. 2024. Harmonizing models and observations in land surface process research through data assimilation. *Chinese Science Bulletin*, 69(15): 1973-1975 (徐同仁, 张刚强). 2024. 数据同化谱写陆面过程研究中理论模型与观测数据的和弦. *科学通报*, 69(15): 1973-1975 [DOI: 10.1360/TB-2024-0342]
- Yang Y B, Aziz Bhouri M and Perdikaris P. 2020. Bayesian differential programming for robust systems identification under uncertainty. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 476(2243): 20200290 [DOI: 10.1098/rspa.2020.0290]
- Ying Z X, Zhang H Z, Wang L X and Melnik R. 2024. A two-dimensional hydrodynamics prediction framework for mantle-undulated propulsion robot using multiple proper orthogonal decomposition and long short term memory neural network. *Bioinspiration and Biomimetics*, 19(1): 016005 [DOI: 10.1088/1748-3190/ad0daf]
- Zhang B, Liu Q H, Li X M, Liu L Y, Yang B S, Letu H S, Gao L R, Zhang W J, Zhang H, Bian Z J, Qi M J, Chen C and Shang H Z. 2025. The core concepts and fundamental issues of remote sensing science. *National Remote Sensing Bulletin*, 29(1): 1-48 (张兵, 柳钦火, 李晓明, 刘良云, 杨必胜, 胡斯勒图, 高连如, 张文娟, 张浩, 卞尊健, 齐梦佳, 陈驰, 尚华哲). 2025. 遥感科学的内涵与基础性问题. *遥感学报*, 29(1): 1-48 [DOI: 10.11834/jrs.20244503]
- Zhang G, Li Y, Zhu X Y and Tang X M. 2010. Application of RFM in geometric rectification of optical satellite image. *Spacecraft Recovery and Remote Sensing*, 31(4): 51-57 (张过, 李扬, 祝小勇, 唐新明). 2010. 有理函数模型在光学卫星影像几何纠正中的应用. *航天返回与遥感*, 31(4): 51-57 [DOI: 10.3969/j.issn.1009-8518.2010.04.009.]
- Zhou X, Pan J and Wu Y R. 2024. Transparent earth-observing: exploring the new generation of earth observation technology. *National Remote Sensing Bulletin*, 28(3): 529-540 (周翔, 潘洁, 吴一戎). 2024. 透视地球——新一代对地观测技术. *遥感学报*, 28(3): 529-540 [DOI: 10.11834/jrs.20234048]

## Remote sensing time series driven modeling of land surface dynamics

TANG Ping<sup>1</sup>, ZHANG Zheng<sup>1</sup>, SHI Keli<sup>1,2</sup>, KANG Ming<sup>4</sup>, ZHAO Zhitao<sup>1,2</sup>,  
ZHAO Junfang<sup>4</sup>, YAN Dongmei<sup>1,2,3</sup>

1. Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China;

2. School of Electronic, Electrical and Communication Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 101408, China;

3. International Research Center of Big Data for Sustainable Development Goals, Beijing 100094, China;

4. School of Science, China University of Geosciences Beijing, Beijing 100083, China

**Abstract:** Land surface dynamic is one of the key research objects in the field of remote sensing, and the systematic mastery of the law of land surface evolution over time is a long-term and arduous task in the research of earth observation, which has a far-reaching impact in many fields such as natural resources, ecological environment, disaster prevention and mitigation, etc. However, due to the complexity of the driving factors and their effecting mechanisms of land surface changes, most of the modeling of land surface dynamics is simplified or localized, and it is difficult to form a complete physical model with its corresponding mathematical formula expression.

From a methodological point of view, along with the rapid development of big data and AI for Science techniques in recent years, a class of data-driven modeling methods for dynamic systems have emerged in addition to physical modeling. Directly using the observed data series as input, data-driven methods can construct models that fit the data well enough to approximate or even replace underlying physical models. In this paper, we introduce three types of data-driven approaches for modeling land surface dynamics, namely, the temporal-spatial mode decomposition, the governing partial differential equation identification, and the state variable discovery network.

Temporal-spatial mode decomposition method extracts base modes in the data that represent the basic characteristics of the system state, which helps us to understand the intrinsic properties of the system and further predict the future state of the system in combination with parametric prediction methods. This method is able to separate the temporal and spatial variations of the flow field, decompose the time-varying flow field into the sum of the products of the spatial function that does not vary with time and the temporal function that only relies on the time variations, thus objectively and quantitatively reflecting the flow field's spatial structure and temporal variations of the flow field.

Governing partial differential equation identification method assumes that the dynamical system expressed by the differential equations is variably complex and nonlinear and needs to be characterized by nonlinear functions. Thus, it constructs a library of functions covering a wide range of potential nonlinear terms, where the functions and partial derivatives in the library are likely to appear in the unknown governing equation, and the equation is assumed to be a linear regression of these candidate functions. This method does not rely on a priori knowledge but learns the dynamics of the system directly from the observed data.

State variable discovery network method discovers the dynamics of physical systems directly from sequential data through a network of self-encoders, which centers on the discovery of hidden state variables from high-dimensional observational data, which can then be used to make predictions about the future state of the system. The state variable of a system refers to the smallest set of variables that are sufficient to completely determine the state of motion of the system.

The three types of methods are used to construct dynamic system models from remote sensing time series and the accuracy of modeling is evaluated by image time series prediction. The experimental results preliminarily validate the effectiveness of the data-driven modeling methods and show the characteristics, research value and application prospects of each of the three types of methods.

**Key words:** land surface dynamics, time series, process modeling, mode decomposition, partial differential equation, autoencoder, data driven, sparse regression

**Supported by** National Natural Science Foundation of China (No. 42192584); Science and Disruptive Technology Program, AIRCAS (No. E3Z211010F); Youth Innovation Promotion Association, CAS (No. 2022127)