

合成孔径雷达多普勒频谱 偏移误差的补偿*

赵昌龄

(中国科学院遥感应用研究所)

1985年11月22日收到

对合成孔径侧视雷达方位向分辨力进行理论分析时,通常假设雷达在作匀速直线飞行,但是实际情况却不是这样。横侧向和垂直向平移运动造成的均匀速度误差,天线波束指向发生方位向和俯仰向的变化,都会引起多普勒频谱的偏移。从同步检波器的输出频谱来看,多普勒频谱的中心频率将偏离偏置频率,严重时根本就不能成像。为了提高成像质量,在合成孔径侧视雷达中必须采用杂波锁定系统来校正这类误差^[1-3]。这个系统,从回波信号的多普勒频谱中检测出它的中心频率与偏置频率之间的差值,用这个差值来调节中频压控振荡器的频率,或者说,调节同步检波器的本振频率,从而把多普勒频谱的中心频率“锁定”在偏置频率上。

要进行校正,首先要将误差信号检测出来,杂波锁定系统一般采用相位比较器来检测误差信号^[4]。本文根据相位比较检测原理,推导出单个点目标偏移误差的表达式,并给出偏移误差最大校正范围的估算方法和实例。

一、相位比较检测工作原理

让我们先回忆一下单个点目标多普勒历史的形成过程。如图1所示,假设地面只有一个点目标M,合成孔径雷达依次飞过A、B、C三点。在A点时,天线波束刚与M点相遇;在B点时,M点正好在天线波束的正侧方;在C点时,天线波束刚与M点相离。在飞行过程中,天线每隔一定时间就发射脉冲信号(图2)。脉冲重复周期为 T_r ,脉宽为 τ 。通过同步检波器将得到地面回波信号的各次采样值,在一个合成孔径时间内得到的信号包络如图3所示。图中A、B、C三点的信号与图1中的A、B、C三点相对应。它实际上是一个方位向的线性调频信号。接收到的回波信号相位可以表示为^[5]

$$\phi = \omega_c t + \frac{2\pi u_g^2 t^2}{\lambda R}$$

同步检波器输出信号的相位为

* 本文在写作过程中,曾与中国科学院电子学研究所张澄波、施雁鸣和杨耀增进行过有益的讨论,在此一并表示衷心感谢。

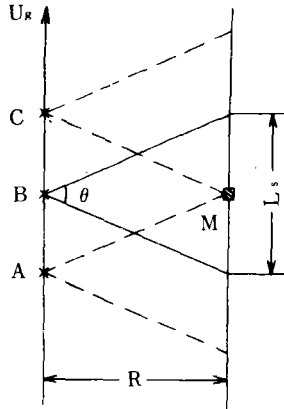


图 1 单个点目标多普勒历史的形成

Fig.1 The Formation of Doppler History of the Single Point Target

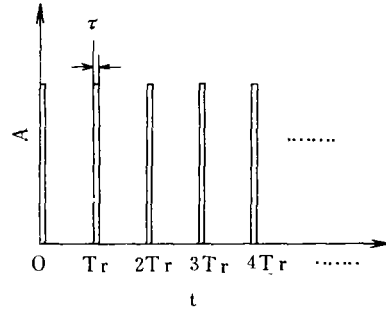


图 2 合成孔径雷达的发射脉冲

Fig.2 The Transmitted Pulses of the SAR

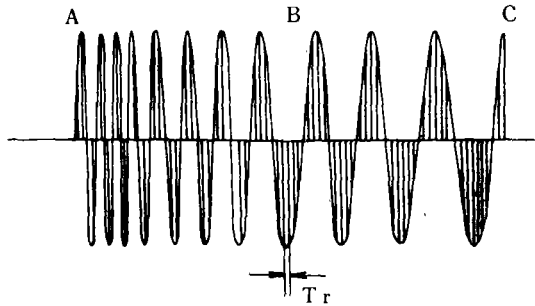


图 3 单个点目标的回波信号

Fig. 3 The Return Signal of the Single Point Target

$$\phi = \omega_b t + \frac{2\pi u_g^2 t^2}{\lambda R}$$

瞬时频率为

$$\omega = \frac{d\phi}{dt} = \omega_b + 2\pi \frac{2u_g^2}{\lambda R} t$$

所以,第 n 个采样值, $t = nT_r$, 可以表示为

$$V(nT_r) = A \cos[(\omega_b + \alpha nT_r)nT_r] \tag{1}$$

$$\alpha = 2\pi \frac{2u_g^2}{\lambda R}$$

式中

- α ——线性调频斜率;
- ω_b ——偏置角频率;
- ω_c ——雷达载波角频率;
- u_g ——地速;
- T_r ——发射脉冲重复周期;

λ ——雷达工作波长;

R ——目标 M 到 B 点的距离。

相位比较法的基本原理是: 当第一个回波信号收到后, 把这个信号存贮起来。收到第二个回波信号后, 一面把它存贮起来, 一面又与第一个信号相乘, 相乘的结果作为相位比较器的输出。收到第三个回波信号后, 同样一面把它存贮起来, 一面又与第二个信号相乘, 相乘的结果作为相位比较器的输出, 依此类推。当两次信号的相位相差 $\frac{\pi}{2}$ 时, 输出将为零。如果相位相差不为 $\frac{\pi}{2}$, 相位比较器就有带正负号的误差信号输出。这些输出信号通过积分器输入给中频本振压控振荡器, 适当调整同步检波器的中频本振信号, 直到两次信号的相位差又保持在 $\frac{\pi}{2}$ 时为止。

二、多普勒频谱中心频率偏移误差的估算

杂波锁定系统需要补偿的误差有三个来源: 即, 飞机发生横侧向和垂直向的平移运动(图 4), 飞机发生方位向的偏转(图 5), 和飞机发生俯仰向的偏转(图 6)所产生的误差。

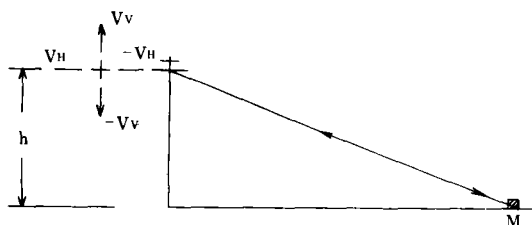


图 4 飞机的平移运动

Fig. 4 The Translational Motion of the Aircraft

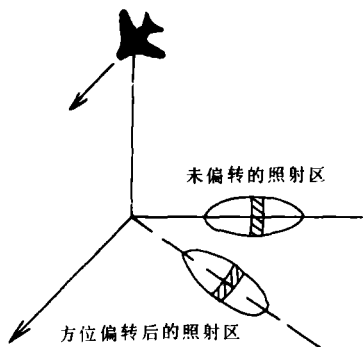


图 5 飞机方位向偏转的影响

Fig. 5 The Effect of the Aircraft's yaw

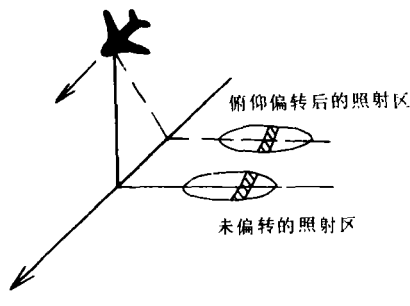


图 6 飞机俯仰向偏转的影响

Fig. 6 The Effect of the Aircraft's Pitch

从多普勒频谱上看, 三种误差来源都造成频谱的偏移, 现象是一样的。为简单起见,
(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

我们只用第三种情况来推导偏移误差信号的数学表达式。

首先,让我们来研究一下天线波束指向与地速方向相互垂直的情况。如图 1 所示,天线波束对于 BM 是对称的,从 A 点到 B 点雷达发射了 N 个脉冲,从 B 点到 C 点又发射了 N 个脉冲,因此,

$$N = T_r/2T,$$

式中的 T_r 为合成孔径时间。

那末,多普勒频谱偏移误差——相位比较器的输出信号 ϵ_r , 可以表示为

$$\epsilon_r = \sum_{n=-N}^N V[(n-1)T_r] \cdot V(nT_r) \quad (2)$$

根据(1)式和(2)式,我们可以推导出(见附录 I):

$$\epsilon_r = \frac{A^2 \sin(N+1)\alpha T_r^2 \cos(N-1)\alpha T_r^2 \cos\omega_b T_r}{\sin\alpha T_r^2} \quad (3)$$

通常, $N \gg 1$, 所以(3)式可以简化为

$$\epsilon_r = \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin 2N\alpha T_r^2}{\sin\alpha T_r^2} \cos\omega_b T_r = K_1 \cos 2\pi \frac{f_b}{f_p} \quad (4)$$

式中: $K_1 = \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin 2N\alpha T_r^2}{\sin\alpha T_r^2} = \text{常数}$; $f_b = \frac{\omega_b}{2\pi}$ (偏置频率); $f_p = \frac{1}{T_r}$ (发射脉冲重复

频率)。

在雷达系统设计中,我们可以选取 $f_b = f_p/4$, 因此,天线波束指向正确时, $\epsilon_r = 0$ 。

但是,在一般情况下,天线波束指向与地速方向是不垂直的。可能有如图 7 (a) 和 7 (b) 所示的两种情况。

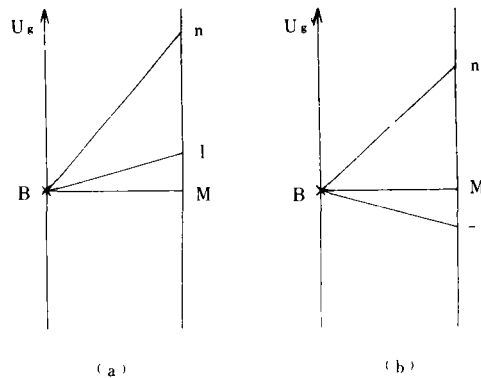


图 7 天线波束指向偏移的两种情况

Fig. 7 Two Situations of the Antenna Beam Pointing Deviation

我们先来推导天线波束都在 BM 上侧(图 7a)时 ϵ_r 的表达式。设定 BM 上侧为正向, BM 下侧为负方向。因此,根据(1)式和(2)式可以得出(见附录 II):

$$\epsilon_r = \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin N\alpha T_r^2}{\sin\alpha T_r^2} \cos \left[2\pi \frac{f_b}{f_p} + (N+2l)\alpha T_r^2 \right] \quad (5)$$

当天线波束都在 BM 下侧时,

$$\varepsilon_r = \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin N \alpha T_r^2}{\sin \alpha T_r^2} \cos \left[2\pi \frac{f_b}{f_p} - (N + 2l) \alpha T_r^2 \right] \quad (6)$$

当雷达参数选取 $f_b = f_p/4$ 时, (5) 式和 (6) 式可以合写成:

$$\varepsilon_r = \mp K_2 \sin (N + 2l) \alpha T_r^2 \quad (7)$$

式中

$$K_2 = \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin N \alpha T_r^2}{\sin \alpha T_r^2}$$

至于图 7 (b) 的情况, 我们可以看成是图 1 与图 7 (a) 两种情况相加的结果, 如图 8 所示。

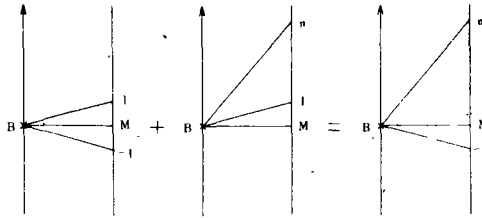


图 8 天线波束指向偏移的一种情况

Fig. 8 One of the Situations in Fig.7

根据(4)式和(5)式的推导, 这种情况下的 ε_r 可以表示成:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \varepsilon_{r_1} + \varepsilon_{r_2} \\ &= K'_1 \cos 2\pi \frac{f_b}{f_p} + \varepsilon_{r_2} \end{aligned} \quad (8)$$

当雷达参数选取 $f_b = f_p/4$ 时,

$$\varepsilon_{r_1} = 0. \quad (9)$$

$$\varepsilon_{r_2} = \mp K_3 \sin (N + l) \alpha T_r^2 \sin (N - l) \alpha T_r^2 \quad (10)$$

式中

$$K_3 = \frac{A^2}{2 \sin \alpha T_r^2}$$

由(7)式可知, 当 $(N + 2l) \alpha T_r^2 = \pm \pi$ 时, $\varepsilon_r = 0$ 。根据这个条件和合成孔径雷达的其它有关参数, 可以求出多普勒频谱偏移误差的最大校正范围。

我们举一个实际的例子来加以说明。

设 $f_b = f_p/4$, $u_g = 125 \text{ m/s}$, $\lambda = 0.032 \text{ m}$, $R = 24 \times 10^3 \text{ m}$,

$\theta = 1.25^\circ$, $T_r = 5 \times 10^{-4} \text{ s}$, $T_i = 4.2 \text{ s}$ 。

根据这些参数, 可以计算出天线波束指向最大允许偏移角为 $\pm 3.97^\circ$, 相当于多普勒频谱中心频率与偏置频率最大允许偏移误差值为 $\pm 540 \text{ Hz}$ 。

三、结 论

我们从前面的分析可以看到, 偏移误差信号的产生有一个相加的过程。在一个合成孔径时间里, 把逐次相乘结果相加得到的信号, 才是我们用来调节中频压控振荡器频率的信号。因此, 用来校正均匀速度偏移的杂波锁定系统必须具有相当长的时间常数, 要比校正加速度误差的系统来得长。同时, 由于杂波锁定系统的误差信号来自姿态误差和速度误差两方面, 因此它的输出不能用来控制天线指向伺服系统。

本文阐明了杂波锁定系统的工作原理, 推导出单个点目标多普勒频谱偏移误差信号的表达式, 给出了求解频谱偏移误差最大允许值的实例。这些结果为合成孔径雷达系统设计一些重要参数的选择, 特别是杂波锁定系统的设计, 提供了理论依据。

参 考 文 献

- [1] F.T.Ulaby, R.K.Moore and A.K.Fung, Microwave Remote Sensing: Active and Passive, Vol.II, Ch.9, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1982.
- [2] R.Rawson, F.Smith and R.Larson, The ERIM Simultaneous X-and L-band Dual Polarization Radar, The Record of the IEEE 1975 International Radar Conference (21-23 April 1975).
- [3] J.C.Kirk, Jr., A Discussion of Digital Processing in Synthetic Aperture Radar, IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, Vol.AES-11, No.3, pp.326-337, 1975.

附录 I:

多普勒频谱偏移误差 ε_r 为

$$\varepsilon_r = \sum_{n=-N}^N V[(n-1)T_r] \cdot V(nT_r) \quad (2)$$

其中:

$$V[(n-1)T_r] = A \cos\{[\omega_b + \alpha(n-1)T_r](n-1)T_r\}$$

$$V(nT_r) = A \cos[(\omega_b + \alpha nT_r)nT_r]$$

$$\omega_b = 2\pi f_{b0}$$

(2) 式可以表示成

$$\begin{aligned} \varepsilon_r = & \cdots + V(-3T_r)V(-2T_r) + V(-2T_r)V(-T_r) + V(-T_r)V(0) \\ & + V(0)V(T_r) + V(T_r)V(2T_r) + V(2T_r)V(3T_r) + \cdots \end{aligned} \quad (11)$$

因为

$$V(-3T_r)V(-2T_r) = \frac{A^2}{2} [\cos(5\omega_b T_r - 13\alpha T_r^2) + \cos(\omega_b T_r - 5\alpha T_r^2)]$$

$$V(-2T_r)V(-T_r) = \frac{A^2}{2} [\cos(3\omega_b T_r - 5\alpha T_r^2) + \cos(\omega_b T_r - 3\alpha T_r^2)]$$

$$V(-T_r)V(0) = A^2 \cos(\omega_b T_r - \alpha T_r^2)$$

$$V(0)V(T_r) = A^2 \cos(\omega_b T_r + \alpha T_r^2)$$

$$V(T_r)V(2T_r) = \frac{A^2}{2} [\cos(3\omega_b T_r + 5\alpha T_r^2) + \cos(\omega_b T_r + 3\alpha T_r^2)]$$

$$V(2T_r)V(3T_r) = \frac{A^2}{2}[\cos(5\omega_b T_r + 13\alpha T_r^2) + \cos(\omega_b T_r + 5\alpha T_r^2)]$$

在实际系统中,以上各式中的高频成分由滤波电路滤除,所以,

$$V(-3T_r)V(-2T_r) = \frac{A^2}{2}\cos(\omega_b T_r - 5\alpha T_r^2)$$

$$V(-2T_r)V(-T_r) = \frac{A^2}{2}\cos(\omega_b T_r - 3\alpha T_r^2)$$

$$V(-T_r)V(0) = A^2\cos(\omega_b T_r - \alpha T_r^2)$$

$$V(0)V(T_r) = A^2\cos(\omega_b T_r + \alpha T_r^2)$$

$$V(T_r)V(2T_r) = \frac{A^2}{2}\cos(\omega_b T_r + 3\alpha T_r^2)$$

$$V(2T_r)V(3T_r) = \frac{A^2}{2}\cos(\omega_b T_r + 5\alpha T_r^2)$$

把以上各式代入(11)式,可以得到:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r = & \dots + \frac{A^2}{2}\cos(\omega_b T_r - 5\alpha T_r^2) + \frac{A^2}{2}\cos(\omega_b T_r - 3\alpha T_r^2) \\ & + A^2\cos(\omega_b T_r - \alpha T_r^2) + A^2\cos(\omega_b T_r + \alpha T_r^2) \\ & + \frac{A^2}{2}\cos(\omega_b T_r + 3\alpha T_r^2) + \frac{A^2}{2}\cos(\omega_b T_r + 5\alpha T_r^2) + \dots \end{aligned}$$

经整理可以得到:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r = & A^2 \cdot 2\cos\omega_b T_r \cos\alpha T_r^2 + A^2\cos\omega_b T_r \cos 3\alpha T_r^2 + A^2\cos\omega_b T_r \cos 5\alpha T_r^2 + \dots \\ = & A^2\cos\omega_b T_r [\cos\alpha T_r^2 + (\cos\alpha T_r^2 + \cos 3\alpha T_r^2 + \cos 5\alpha T_r^2 + \dots)] \end{aligned}$$

上式括号中的第二项可以化成指数形式的等比级数,由等比级数求和公式,可以求出其简洁表达式,因此,

$$\varepsilon_r = A^2\cos\omega_b T_r \left[\cos\alpha T_r^2 + \frac{\sin 2N\alpha T_r^2}{2\sin\alpha T_r^2} \right]$$

再经过整理可以得到:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r = & \frac{A^2\sin(N+1)\alpha T_r^2 \cos(N-1)\alpha T_r^2}{\sin\alpha T_r^2} \cos\omega_b T_r \\ = & \frac{A^2\sin(N+1)\alpha T_r^2 \cos(N-1)\alpha T_r^2}{\sin\alpha T_r^2} \cos 2\pi f_b T_r \end{aligned}$$

附录 II:

如图 7(a)所示,合成孔径雷达天线波束都在 BM 的上侧,从回波采样点来看,波束从第 l 个采样点一直到第 $[l + (2N - 1)]$ 个采样点,一共有 $2N$ 个采样点,各个采样信号分别为:

$$V(lT_r) = A\cos[\omega_b lT_r + \alpha(lT_r)^2]$$

$$V[(l+1)T_r] = A\cos[\omega_b(l+1)T_r + \alpha(l+1)^2T_r^2]$$

$$\begin{aligned} V[(l+2)T_r] &= A \cos[\omega_b(l+2)T_r + \alpha(l+2)^2 T_r^2] \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned}$$

由此可以得到:

$$\begin{aligned} &V(lT_r)V[(l+1)T_r] \\ &= \frac{A^2}{2} [\cos\omega_b T_r \cos(2l+1)\alpha T_r^2 - \sin\omega_b T_r \sin(2l+1)\alpha T_r^2] \\ &V[(l+1)T_r]V[(l+2)T_r] \\ &= \frac{A^2}{2} [\cos\omega_b T_r \cos(2l+3)\alpha T_r^2 - \sin\omega_b T_r \sin(2l+3)\alpha T_r^2] \\ &\dots\dots \end{aligned}$$

同附录 I 一样, 以上推导中, 我们认为高频成分已由滤波电路滤除。因此,

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \sum_{n=0}^{2N-1} V[(n+l)T_r] \cdot V[(n+l+1)T_r] \\ &= \frac{A^2}{2} [\cos\omega_b T_r \cos(2l+1)\alpha T_r^2 - \sin\omega_b T_r \sin(2l+1)\alpha T_r^2] \\ &\quad + \frac{A^2}{2} [\cos\omega_b T_r \cos(2l+3)\alpha T_r^2 - \sin\omega_b T_r \sin(2l+3)\alpha T_r^2] \\ &\quad + \dots \\ &= \frac{A^2}{2} \cos\omega_b T_r [\cos(2l+1)\alpha T_r^2 + \cos(2l+3)\alpha T_r^2 + \dots] \\ &\quad - \frac{A^2}{2} \sin\omega_b T_r [\sin(2l+1)\alpha T_r^2 + \sin(2l+3)\alpha T_r^2 + \dots] \\ &= \frac{A^2}{2} G \cdot \cos\omega_b T_r - \frac{A^2}{2} H \cdot \sin\omega_b T_r \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } G &= \cos(2l+1)\alpha T_r^2 + \cos(2l+3)\alpha T_r^2 + \dots \\ &= \operatorname{Re}[e^{j2l\alpha T_r^2} (e^{j\alpha T_r^2} + e^{j3\alpha T_r^2} + \dots)] \\ H &= \sin(2l+1)\alpha T_r^2 + \sin(2l+3)\alpha T_r^2 + \dots \\ &= \operatorname{Im}[e^{j2l\alpha T_r^2} (e^{j\alpha T_r^2} + e^{j3\alpha T_r^2} + \dots)] \end{aligned}$$

用等比级数求和公式可以得到:

$$\begin{aligned} G &= \cos(N+2l)\alpha T_r^2 \cdot \frac{\sin N\alpha T_r^2}{\sin \alpha T_r^2} \\ H &= \sin(N+2l)\alpha T_r^2 \cdot \frac{\sin N\alpha T_r^2}{\sin \alpha T_r^2} \end{aligned}$$

把 G, H 的表达式代入(12)式, 可以得到:

$$\varepsilon_r = \frac{A^2 \sin N\alpha T_r^2}{2 \sin \alpha T_r^2} \cos[2\pi f_b T_r + (N+2l)\alpha T_r^2] \quad (13)$$

合成孔径雷达天线波束都在 BM 下侧时, 各个采样信号分别为:

$$\begin{aligned} V(-lT_r) &= A \cos[-\omega_b l T_r + \alpha(-lT_r)^2] \\ V[-(l+1)T_r] &= A \cos[-\omega_b(l+1)T_r + \alpha(-l-1)^2 T_r^2] \end{aligned}$$

$$V[-(l+2)T_r] = A \cos[-\omega_b(l+2)T_r + \alpha(-l-2)^2 T_r^2]$$

$$\vdots$$

通过类似的推导可以求得:

$$\varepsilon_r = \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin N\alpha T_r^2}{\sin \alpha T_r^2} \cos[2\pi f_b T_r - (N+2l)\alpha T_r^2] \quad (14)$$

因此,我们可以把(14)式和(15)式合写成:

$$\varepsilon_r = \frac{A^2}{2} \cdot \frac{\sin N\alpha T_r^2}{\sin \alpha T_r^2} \cos[2\pi f_b T_r \pm (N+2l)\alpha T_r^2] \quad (15)$$

The Compensation for the Doppler Spectrum Centroid Deviation of the SAR

Zhao Changling

(Institute of Remote Sensing Application Academia Sinica)

Abstract

The velocity error of the airborne SAR will cause the deviation of the Doppler spectrum centroid. The deviation can be corrected by the clutter-lock system. In this system, the error signal of the deviation may be detected by the phase comparator. This paper briefly relates the principle to detect the error signal using the phase comparator, and derive the analytic formula of the deviation error signal of the single point target. An example and the estimation method about the maximum correct range of the deviation error are given.