

马尔可夫平稳随机域模型与遥感图像 空间邻域结构信息分析

曾小明 方有清

(南京林业大学)

1987年5月18日收稿

一、前言

近年来,在遥感图像计算机识别与分类方面已经作了相当大的努力。但是大部分的工作集中在逐点分类方法的研究。卫星遥感图像,由于大气传输及其各种环境因素的影响,许多地物在一定波谱段内具有相近的电磁辐射特性,致使不同类别物体在光谱空间相互交迭,因此,只利用单个像元光谱亮度值的分类方法,可能会造成较大的误分^[1]。

很显然,对一个像元的判别,不仅取决于它的亮度值,而且还与它的空间位置及其周围像元的类别有关。图像目视判读工作者在进行遥感图像判读时,往往就是根据像元的背景与结构信息。由此而引起的一种很自然的想法就是在图像的计算机识别分类过程中,既利用单个像元的光谱信息,也利用图像的空间结构信息与背景信息。

图像的邻域结构,可看作为一个像元与景物中其它像元间的空间相关关系。一个像元的邻域结构分类,不仅利用了该点的光谱信息,而且还考虑到光谱能量的空间分布与结构。这也就意味着利用邻域结构信息不仅有可能减少误分现象,而且对于具有相同光谱性质的不同类别亦有可能区分^[1,2]。

本文的主要兴趣在于邻域结构分类模型。全文的中心内容是基于马尔可夫(Markov)过程理论,引入三种图像点阵马尔可夫模型,作为空间邻域结构信息利用的理论基础;对空间相关参数的估计方法、空间邻域结构递归分类过程、计算方法与程序设计也给予了分析和讨论;并给出了江苏滩涂试验区卫星图像的处理结果。

二、平面点阵马尔可夫过程与邻域结构理论模型

我们希望探讨的是二维图像点阵中阵列点变量间的相关性与邻域结构信息。对于多波段图像而言,图像阵列中每一个像元均有一个多维随机矢量与之对应。我们首先考虑单变量情况。

空间相近的二个像元是非条件相关,且相关程度随着它们之间的距离增加而减小。从统计意义上讲,描述相关关系的最好途径是所涉及到的所有阵列点变量的联合概率密度函数^[3]。对于一个 m 维近邻窗系统,利用密度函数 $p(X_k, X_{k_1}, \dots, X_{k_{m-1}})$ 可以对该窗口内任意阵列点对之间的相关性进行描述。关键问题是如何构造联合概率密度函数

$p(X_k, X_{k_1}, \dots, X_{k_{m-1}}/\omega_i)$, 或者采用一种简便有效的方法对 $p(X_k, X_{k_1}, \dots, X_{k_{m-1}}/\omega_i)$ 进行逼近, 从而能够更好地利用邻域结构信息。为了简化计算, 只要近邻窗系统一经确定, 就要求密度函数形式并不随近邻窗移动而改变。很显然, 二维点阵马尔可夫平稳随机概率模型能够满足我们的要求。

1. 马尔可夫域

首先, 我们引入如下定义和记号

$X_{m,n}$ 是一个 $m \times n$ 离散随机变量点阵。

$X_{s,t}$ 是点阵上定位于 (s, t) 的随机变量。

$Z_{m,n}^{s,t}$ 是阵列 $(x_{ij})_{\substack{i < s \\ j < t}}$; $X_{s,t}^{s,t}$ 是矩形阵列, 其中 $X_{s,t}$ 已去除。

假设 $p(X_{s,t}/Z_{m,n}^{s,t})$ 等价于 $p(X_{s,t}/X_{s,t}^{s,t})$ 的有限邻域。则该假设定义了一个马尔可夫域。对于三阶马尔可夫域, 我们有:

$$p(X_{a,b}/Z_{m,n}^{s,t}) = p(X_{s,t}/X_{s-1,t}X_{s-1,t-1}X_{s,t-1}) \quad (1)$$

$$\text{其中 } 1 \leq s \leq m \quad 1 \leq t \leq n$$

若令 $p(X_{s,t})$ 表示阵列 $X_{a,b}$ 上所有变量的联合概率密度函数, 则据三阶马尔可夫域条件可得^[4]

$$p(X_{s,t}) = \prod_{i=1}^s \prod_{j=1}^t p(X_{ij}/X_{i-1,j-1}X_{i-1,j}X_{i,j-1}) \quad (2)$$

亦即有:

$$p(X_{s,t}/X_{mn}^{s,t}) = p \left[X_{s,t} / \begin{pmatrix} X_{s-1,t-1} & X_{s-1,t} & X_{s-1,t+1} \\ X_{s,t-1} & & X_{s,t+1} \\ X_{s+1,t-1} & X_{s+1,t} & X_{s+1,t+1} \end{pmatrix} \right] \quad (3)$$

2. 平面点阵马尔可夫过程模型 I

对于邻域平稳高斯马尔可夫过程, 一般式可表为:

$$E(X_{st}/X_{mn}^{s,t}) = \sum \sum \alpha_{uv} X_{s-u,t-v} + \varepsilon_{uv} \quad (4)$$

为了尽量简化模式的复杂性及繁杂的运算, 我们主要考虑近邻窗系统, 对于四近邻即有一阶平面点阵马尔可夫过程

$$E(X_{s,t}/X_{mn}^{s,t}) = \alpha_{s-1,t} X_{s-1,t} + \alpha_{s+1,t} X_{s+1,t} + \alpha_{s,t-1} X_{s,t-1} + \alpha_{s,t+1} X_{s,t+1} + \varepsilon \quad (5)$$

对于同态系统, 如果满足对称性及各向同性, 则得模型

$$E(X_{s,t}/X_{mn}^{s,t}) = a(X_{s-1,t} + X_{s+1,t} + X_{s,t-1} + X_{s,t+1}) + \varepsilon \quad (6)$$

(其中参数 $|a| < \frac{1}{4}$), 并可得其方差与协方差的解析表达式^[5]

$$V_{s,t}(a) = (4\pi^2)^{-1} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos(sx + sy)}{1 - 2a(\cos x + \cos y)} dx dy \quad (7)$$

$V_{s,t}$ 亦可由如下产生式导出

$$\sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} z_1^i z_2^j V_{s,t} = [1 + a(z_1 + z_1^{-1}) + a(z_2 + z_2^{-1})]^{-1} \quad (8)$$

对于四邻窗系统有

$$V_{00} + a(V_{-10} + V_{10} + V_{0-1} + V_{01}) = 1 \tag{9}$$

$$\text{亦即: } V_{-10} = V_{10} = V_{0-1} = V_{01} = \frac{1}{4a} (1 - V_{00}) \tag{10}$$

$$\text{其中: } V_{00} = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} (1 - 16 a^2 \sin^2 \theta)^{-1/2} d\theta_0 \tag{11}$$

3. 平面点阵马尔可夫模型 II

考虑 X_{00} , 设其近邻是 $X_{10}, X_{-10}, X_{01}, X_{0-1}$, 我们可记为 ∂X_{00} (图 1), 若 X_{00} 与 ∂X_{00} 的关系是线性的, 利用平稳对称性有:

$$X_{00} = aX_{10} + aX_{-10} + bX_{01} + bX_{0-1} + \epsilon_{00} \tag{12}$$

ϵ_{00} 由 ∂X_{00} 所决定, 并有 $E(\epsilon_{00}) = 0$, ϵ_{00} 的分布独立于所有的 $X_{uv} (|u| + |v| > 1)$, 且 $V_{\sigma\sigma}(\epsilon_{00}) > 0$. 则有如下定理:

定理: 如果 $V_{\sigma\sigma}(X_{st}) < \infty$, 且过程满足马尔可夫性, 则

$$2|a| + 2|b| < 1 \tag{13}$$

且有:

$$\rho_{st} = K \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos s\theta_1 \cos t\theta_2}{[1 - 2a \cos \theta_1 - 2b \cos \theta_2]} d\theta_1 d\theta_2 \tag{14}$$

其中 K 的选择是使 $\rho_{00} = 1$; ρ_{st} 为相关系数。对于标准化数据有 $\rho_{st} = V_{st0}$

证明: 设 $|u| + |v| > 0$, 考虑 $X_{00}, \partial X_{00}$ 和 X_{uv} 的联合分布, X_{uv} 乘(12)式, 对 X_{00} 的方差归一化, 通过取期望, 可得

$$\begin{aligned} \rho_{uv} + a\rho_{u-1v} - a\rho_{u+1v} - b\rho_{uv-1} \\ - b\rho_{uv+1} = 0 \end{aligned} \tag{15}$$

用 X_{00} 取代 X_{uv} 则可得:

$$\begin{aligned} \rho_{00} - a\rho_{-10} - a\rho_{10} - b\rho_{0-1} - b\rho_{01} \\ = E(X_{00}\epsilon_{00}) > 0, \end{aligned} \tag{16}$$

记为 $K_1 > 0$ 。现在我们有一系列不同的方程式求解 ρ_{uv} , 为使 ρ_{uv} 有解, 则条件 $2|a| + 2|b| < 1$ 必须满足。

因为 $\{X_{st}\}$ 是一个具有有限方差的平稳过程, 从 Bochner's 定理我们可得

$$\rho_{uv} = (4\pi^2)^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(iu\theta_1 + iv\theta_2) dF(\theta_1, \theta_2) \tag{17}$$

其中 $(4\pi^2)^{-1}F(\theta_1, \theta_2)$ 是一个在平面 $-\pi \leq \theta_1, \theta_2 \leq \pi$ 上的分布函数且满足一定的对称条件, 确保相关关系具有反向对称性。

现在考虑数量集: 在 $(0, 0)$ 为 K_1 , 在其它 (s, t) 为 0, 显然, 这也是一个平稳随机过程的相关数据集, 且方差为 K_1 , 因此对于一切 u, v , 我们可以记

$$\begin{aligned} \rho_{uv} - a\rho_{u-1,v} - a\rho_{u+1,v} - b\rho_{u,v-1} - b\rho_{u,v+1} \\ = K_1(4\pi^2)^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(iu\theta_1 + iv\theta_2) dG(\theta_1, \theta_2) \end{aligned} \tag{18}$$

其中 $(4\pi^2)^{-1}G(\theta_1, \theta_2)$ 是在平面 $-\pi \leq \theta_1, \theta_2 \leq \pi$ 平面上的一个分布函数。因为对于

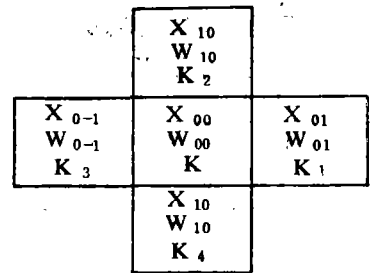


图 1 四近邻窗系统

Fig. 1 4-neighbor pixels

$|u| + |v| > 0$, (18) 式右边为 0, 则 $G(\theta_1, \theta_2)$ 由二维 Fourier-Stieltjes 级数的唯一性定理所唯一确定, 即:

$$\begin{aligned} K_1 \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(iu\theta_1 + iv\theta_2) dG(\theta_1, \theta_2) \\ = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(iu\theta_1 + iv\theta_2) \cdot [1 - 2a \cos\theta_1 - 2b \cos\theta_2] dF(\theta_1, \theta_2) \\ = \begin{cases} 0 & \text{如果 } |u| + |v| > 0 \\ K_1 > 0 & \text{其它} \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

从 $G(\theta_1, \theta_2)$ 的付氏系数我们可进一步知道, 后者不仅是唯一的, 而且也是可微的。从下式

$$\begin{aligned} G(\theta_1, \theta_2) &= (\theta_1 + \pi)(\theta_2 + \pi) \\ &= K_1^{-1} \int_{-\pi}^{\theta_1} \int_{-\pi}^{\theta_2} (1 - 2a \cos\phi_1 - 2b \cos\phi_2) dF(\phi_1, \phi_2) \end{aligned} \quad (20)$$

求微分及考虑 0 和 π 附近的 θ_1 和 θ_2 值, 我们知道 $2|a| + 2|b| < 1$ 及

$$F(\theta_1, \theta_2) = K_1 \int_{-\pi}^{\theta_1} \int_{-\pi}^{\theta_2} [1 - 2a \cos\phi_1 - 2b \cos\phi_2]^{-1} d\phi_1 d\phi_2 \quad (21)$$

原式获证。

4. 平面点阵马尔可夫模型 III

对于任一变量 X_{00} , 由其八个邻近点所封闭 (图 2), 对应的变量我们记为 ∂X_{00} 。仍假设 X_{00} 与 ∂X_{00} 的关系是线性的, 利用平稳性和反向对称性条件我们有:

X_{-1-1} W_{-1-1} K_7	X_{-10} W_{-10} K_2	X_{-11} W_{-11} K_6
X_{0-1} W_{0-1} K_3	X_{00} W_{00} K	X_{01} W_{01} K_1
X_{1-1} W_{1-1} K_8	X_{10} W_{10} K_4	X_{11} W_{11} K_5

图 2 8-近邻窗系统

Fig. 2 8-neighbor pixel.

$$\begin{aligned} X_{00} &= a(X_{10} + X_{-10}) + b(X_{01} + X_{0-1}) \\ &\quad + c(X_{11} + X_{1-1} + X_{-11} \\ &\quad + X_{-1-1}) = \varepsilon_{st} \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $E(\varepsilon_{st}) = 0$, 对于 $|u| > 1$ 或 $|v| > 1$, X_{uv} 与 ε_{st} 相互独立。

定理: 如果 $V_{st}(X_{st}) < \infty$, 且过程满足马尔可夫性, 则

$$2|a| + 2|b| + 4|c| < 1$$

$$\text{且: } \rho_{st} = K_2 \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos s\theta_1 \cos t\theta_2}{[1 - 2a \cos\theta_1 + 2b \cos\theta_2 + 4c \cos\theta_1 \cos\theta_2]} d\theta_1 d\theta_2 \quad (23)$$

其中 K_2 的选择是能够使得 $\rho_{00} = 1$ 。

证明: (从略)。

三、平面点阵马尔可夫模型的参数估计

上一节我们导出了平面点阵马尔可夫过程三种模型的解析表达式。对于上述模型, 只要相关参数 a, b, c 已知, 点阵像元间的相关关系均可从解析式中得到。下面给出诸参数的最小二乘估计值。

设平面点阵过程具有马尔可夫性,且满足对称条件,则有

$$u_k = \sum_{r \in N_k} a_r [X(K+r) + X(K-r)] + \varepsilon_k \quad (24)$$

$$\text{或记为: } u_k = A^T w_k + \varepsilon_k \quad (25)$$

其中: u_k 表示平面点阵中某一元素 X_k ; N_k 是 u_k 中的对称近邻集; $X(K+r)$, $X(K-r)$ 是 X_k 的一对近邻; a_r 是待定系数(即相关参数集)。

$$A = (a_r, r \in N_k)^T; W_k = [X(K+r) + X(K-r), r \in N_k]^T \quad (26)$$

则据最小二乘原理可得估值

$$\hat{A} = \left[\sum_{\Omega_I} W_k W_k^T \right]^{-1} \left(\sum_{\Omega_I} W_k u_k \right) \quad (27)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{m^2} \sum_{\Omega_I} [u_k - \hat{A}^T W_k]^2 \quad (28)$$

$$\text{其中: } \Omega_I = \Omega - \Omega_B \quad (29)$$

$$\Omega_B = \{K = (i, j) | K \in \Omega \text{ 和 } (K+r) \notin \Omega, \text{ 但至少有一个 } r \in N_k\}。 \quad (30)$$

四、邻域结构分类方法

平稳马尔可夫模型应用的条件是图像数据本身也是平稳的,因此必须对数据进行正规化处理。对于点随机变量 X_{ij} , 设其均值为 m_{ij} , 标准差为 D_{ij} , 则定义正规化模式为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{X_{ij} - m_{ij}}{D_{ij}} \quad (31)$$

若四近邻像元类别已知,则可对近邻像元进行正规化处理,并选择中心像元类别 θ_k , 使得利用 θ_k 数据对中心像元进行正规化处理之后,空间随机模型与图像能够达到最好的拟合。亦即,能够产生最大的联合概率密度:

$$p(\varepsilon_k, \varepsilon_{k_1}, \dots, \varepsilon_{k_n} | \theta_k)。$$

但近邻像元的真实类别是未知的,这就促使我们利用递归迭代方法逐步改善近邻类别知识,从而改善邻域结构分类的结果。

对于多变量遥感数据,与上述单变量数据处理相类似。模型的正规化可通过白化变换完成。其协方差阵由各变量协方差阵所组成。

五、试验结果分析与讨论

结合江苏滩涂资源调查,我们对陆地卫星 MSS 数据进行分类处理。整个分类过程见图 3。

我们是利用递归迭代方法使邻域结构分类趋于收敛。表 1 给出了模型 I 的结果数据。模型 II 的运算结果列于表 2。四个波段中均有 $|a| > |b|$, 与之对应的行列像元间的相关系数 $\rho_{10} > \rho_{01}$ 。这表明模型 II 考虑到行列像元间的相关性差异,所以比模型 I 更为合理。引起行列像元间的相关性差异的主要原因是地物分布的方向性与行列像元间距

表 1 模型 I 相关参数及方差与协方差

Table 1 Correlation parameters and var, cov, MODEL-1

波 段	a	V ₀₀	V ₀₁	V ₁₁	V ₀₂
4	-0.209	1.322	0.3842	0.1954	0.1241
5	-0.222	1.422	0.4750	0.2686	0.1794
6	-0.224	1.438	0.4896	0.2807	0.1889
7	-0.216	1.369	0.4275	0.2297	0.1496

表 2 模型 II 相关参数及方差与协方差

Table 2 Correlation parameters and var, cov, MODEL-2

波 段	a	b	V ₀₀	V ₀₁	V ₀₂	V ₁₀	V ₁₁	V ₂₀
4	-0.178	-0.17	1.17	0.24	0.054	0.251	0.096	0.058
5	-0.204	-0.171	1.22	0.269	0.065	0.307	0.123	0.083
6	-0.229	-0.182	1.304	0.34	0.100	0.394	0.180	0.123
7	-0.233	-0.160	1.262	0.28	0.071	0.368	0.147	0.115

表 3 模型 III 相关参数及方差与协方差

Table 3 Correlation parameters and var, cov, MODEL-3

波段	a	b	c	V ₀₀	V ₀₁	V ₀₂	V ₁₀	V ₁₁	V ₁₂	V ₂₀	V ₂₁	V ₂₂
4	0.108	0.103	0.08	1.00	0.162	0.012	0.181	0.073	0.001	0.032	0.001	<0.001
5	0.113	0.111	0.087	1.05	0.187	0.020	0.192	0.082	0.001	0.014	0.001	<0.001
6	0.121	0.117	0.096	1.11	0.195	0.032	0.202	0.085	0.002	0.065	0.003	<0.001
7	0.112	0.107	0.085	1.07	0.192	0.021	0.197	0.080	0.001	0.020	0.002	<0.001

表 4 试验区域分类矩阵

Table 4 Test block classified matrix

类别	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	总计	正确	正确率
海水	256																256	256	100.0
悬浮泥沙		256															256	256	100.0
高潮滩			253		2						1						256	253	98.8
中低潮滩				192	15						1						208	192	92.3
超高潮滩			15		256												256	241	94.0
静止水			26			230											256	230	89.8
流动水		1					37							2			40	37	92.5
海水库								256									256	256	100.0
盐田					7		7	12	154			10	2				192	154	80.2
树林										208	14			2			224	208	92.9
芦苇地											256	14	10				256	232	88.7
草地												213	43				256	213	83.2
杂草				9			2	4					240				240	225	93.8
小变地				1							2	12		241			256	241	94.1
裸地															45	5	50	45	90.0
荒地											10			24		142	176	142	80.7

不一样。表 3 为模型 III 的运算结果。

由表中数据 ρ_{12} 、 ρ_{22} 均比较小,这说明当像元相距大于二个像元时,空间相关性甚小,可以忽略不计。因此更高阶马尔可夫模型并不适宜于邻域结构分类。

与逐点 Bayes 分类结果相比,邻域结构分类结果的突出优点是:能够消除大块地物中混合像元综合光谱信息带来的斑点及逐点分类器所无法避免的噪声点,提高分类准确度;分类图像连通性好,类别界线清晰;河流、水渠等线性地物更加突出。

“运算时间”是评价多变量邻域结构分类模型的重要参数。为了尽量压缩计算量,我们采用二个技巧。其一是在算法迭代过程中,对邻近像元类别的变化进行检测再决定

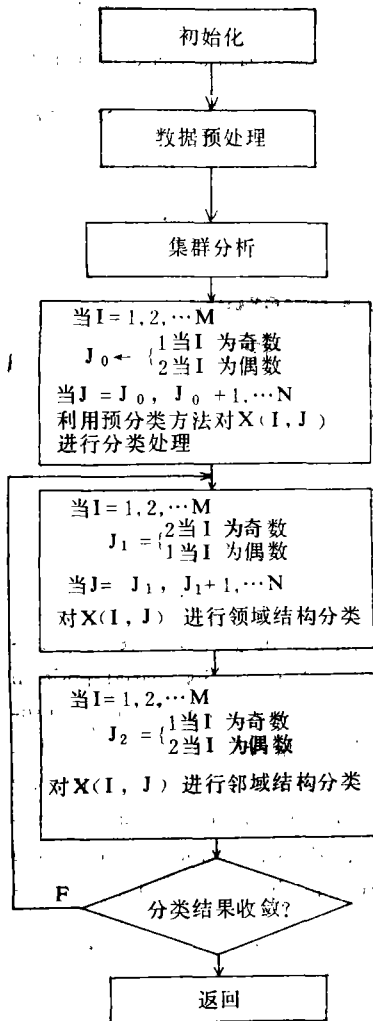


图 3 分类流程图

Fig. 3 The flow chart of classification

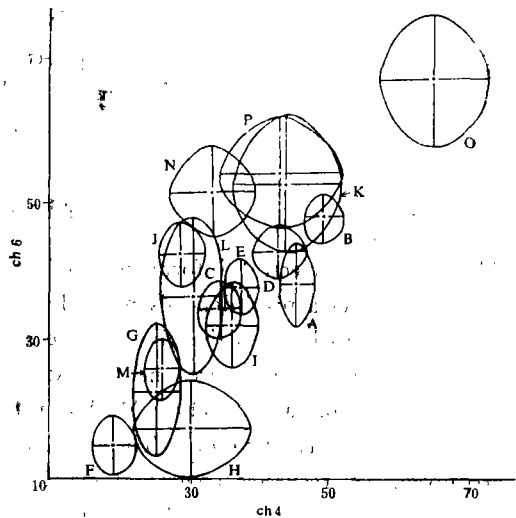


图 4 各类地物的统计可分性

Fig. 4 Statistical Separability of different surface features

- A——海水, B——悬浮泥沙, C——高潮滩,
- D——中低潮滩, E——超高潮滩, F——静
- 止水, G——海动水, H——海水库, I——
- 盐田, J——树林, K——芦苇地, L——草
- 地, M——杂草, N——小麦, O——裸地,
- P——荒地

是否进行邻域结构分类。第二个技巧是把树型分类器的结构与邻域分类方法结合起来,减少搜寻的次数。

采用模型 I, 第一次迭代有 11.9% 像元归属得到改善, 第二次迭代为 8.7%, 迭代四次算法收敛。采用模型 II 有 12.3% 像元归属类别得到改善。采用模型 III 归属类别得到改善的像元约占 13.8%, 且算法只迭代了三次就已经收敛。

参 考 文 献

- [1] Wharton, W., A Contextual Classification Method for Recognition Land Use Patterns in High Resolution Remotely Sensed Data, PR Vol. 15, No. 4, pp. 317—324, 1982.
- [2] Charlotton, M. G., The Use of Contextual Information to Improve Land Conver Classification of Digital Remotely Sensed Data, INT. J. Remote Sensing, Vol. 2, No. 4, 1981.
- [3] Fu, K. S. & Yu, T. S., Statistical Pattern Classification Using Contextual Information, Wiley, New York 1980.
- [4] Rosenfeld, A., Image Madeling, Academic Press, New York, 1981.

Markov Random Mesh Models for Contextual Information Analysis of Remote Sensing Image

Zheng Xiaoming and Fang Youching

(Nanjing Forestry University)

Abstract

There exist the spectral information and the spatial information in a remote sensing image. Discriminating a pixel depends not only on its spectral value, but also its spatial position and the relationship between the pixels. The spatial information, existing in an image, is usually subdivided into types-texture and context. This paper is about the classification models using contextual information. Three Markov mesh models are structured, the models then are used for contextual classification. The methods of estimating the spatial correlation parameters are given. A recursive contextual classification procedure, algorithm and programming is presented. The effectiveness and efficiency of the classification models is proved by experiment.