

一种基于梯度估值的 LMS 相位解缠方法

向茂生 李树楷

(中国科学院遥感应用研究所 北京 100101)

摘 要 相位解缠面临的困难之一是相位的不一致性。噪声和采样率是导致相位不一致的两个根源。目前,对于相位不一致点的处理是,不管其产生的根源如何,均采取绕过这些点的办法。本文提出一种新的相位解缠方法。它首先设法利用由于采样率所引起的相位的不一致性,进行相位梯度场估值,然后用非加权最小二乘法求一次相位,以此相位为初值,最后用加权最小二乘法,迭代求相位。由于它赋予加权最小二乘法一个比较合理的初值,使得迭代速度和精度大为提高,模拟结果证实了这一点。

关键词 相位解缠,相位不一致性,加权最小二乘法

1 引 言

相位解缠是干涉雷达生成 DEM 的重要步骤之一。一般地,相位解缠分两步进行。第 1 步,由相位的测量值(模为 2π),求相位差;第 2 步,由相位差,求相位的全值(被解缠的相位)。

目前,由相位的测量值,求相位差的方法有两种。一是缠函数(wrapping function)法,一是瞬时频率(instantaneous frequency)法^[1]。但是,由于噪声和采样率(地形变化剧烈)的原因,不管是哪种方法,所求得的相位差场,都不是梯度场(保守场),而是有旋场。因此,当由这些相位差,求相位的全值时,存在相位不一致的问题。即,由不同的路径,求得的相位值不一样。

由相位差,求相位的全值,也有两种方法:积分法和最小二乘法。积分法处理相位不一致点的方法是,积分时,绕过这些点,积分后,再内插。而最小二乘法,则是对这些点赋予一个小的权值(即加权最小二乘法)。积分法和最小二乘法对于相位不一致点的这种处理,导致两个问题。一是对由于地形变化剧烈引起的相位不一致点中所包含的地形信息被忽略;二是对相位不一致点进行比较精确地识别是十分困难的。

导致相位不一致点的根源是噪声和地形变化剧烈。由于目前尚无法判断哪些点是由噪声引起,哪些点是由地形变化剧烈所引起,因此,对这些点采取

一致的处理办法,也许是合理的。但是,需要注意的是,在所有被噪声污染的点中,最终导致相位不一致的点,仅仅是一部分。因此,对于噪声,必须要预先进行处理。这样,相位的不一致,可以假定主要是由地形变化剧烈所引起^[2]。

本文正是在上述前提条件下,提出了一种设法利用相位的不一致性,进行相位解缠的方法。基本作法是,首先进行相位梯度的估值,得到一个无旋的梯度场;然后用非加权最小二乘法求一次相位;以此相位为初值,最后用加权最小二乘法,迭代求相位。模拟结果表明,该方法能有效地提高相位解缠的精度和速度。原因是,它赋予了加权最小二乘法一个比较合理的初值。

2 梯度场的估值

设 $\varphi_{i,j}$ 是测量到的相位值, $i = 0, 1, 2, \dots, M-1; j = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 。则相位差场为:

$$\begin{aligned} \psi_{i,j}^x &= \omega(\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}) \\ i &= 0, 1, 2, \dots, M-2; j = 0, 1, 2, \dots, N-1; \\ \psi_{i,j}^y &= \omega(\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}) \\ i &= 0, 1, 2, \dots, M-1; j = 0, 1, 2, \dots, N-2. \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\omega(x)$ 为缠函数,定义为:

$$\omega(x) = \begin{cases} x & -\pi < x \leq \pi \\ x - 2n\pi & x > \pi \\ x + 2n\pi & x < -\pi \end{cases} \quad (2)$$

其中, n 为整数。令:

$$R_{i,j} = \psi_{i,j}^x - \psi_{i,j+1}^x - \psi_{i,j}^y + \psi_{i+1,j}^y \quad (3)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, M-2; j = 0, 1, 2, \dots, N-2$$

不难证明, $R_{i,j}$ 只有 3 种取值, 即 $2\pi, 0, -2\pi$ 。若

$$R_{i,j} = 0 \quad (4)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, M-2; j = 0, 1, 2, \dots, N-2$$

则称该相位差场为无旋场, 即梯度场, 记作 $\hat{\psi}^x$ 和 $\hat{\psi}^y$ 。在这种情况下, 用积分法或非加权最小二乘法, 很容易求得相位值。但由于地形变化剧烈, 采样率相对低的原因, $R_{i,j}$ 并非全为 0。即相位差场为有旋场, 记作 $\psi_{i,j}^x, \psi_{i,j}^y$ 。则有:

$$\hat{\psi}_{i,j}^x = \psi_{i,j}^x + 2n_{i,j}^x \pi$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, M-2; j = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

$$\hat{\psi}_{i,j}^y = \psi_{i,j}^y + 2n_{i,j}^y \pi \quad (5)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, M-1; j = 0, 1, 2, \dots, N-2$$

其中, $n_{i,j}^x, n_{i,j}^y$ 为整数。

将(5)式代入(3)式, 得:

$$n_{i,j}^x - n_{i,j+1}^x - n_{i,j}^y + n_{i+1,j}^y = -\frac{R_{i,j}}{2\pi} \quad (6)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, M-2; j = 0, 1, 2, \dots, N-2$$

上式展开, 共有 $(M-1) \cdot (N-1)$ 个方程, 但有 $(M-1) \cdot N + M \cdot (N-1)$ 个未知数, 因此, 没有唯一解。我们任意选择一组解, 都可以。

事实上, (6)式无需在整个区域展开。一般只要在 $R_{i,j}$ 为非零的点所包围的区域展开即可, 例如, 选取包围所有 $R_{i,j}$ 为非零的点最小矩形区域等。

另外, 根据 $R_{i,j}$ 为非零点的分布, 可以选取比较合适的解。如果非零点为一横线分布, 则取 $n_{i,j}^y = 0$ 。如果非零点为一竖线, 则取 $n_{i,j}^x = 0$ 。如果为图 1 所示的任意分布, 则取:

$$n_{2,1}^y = n_{2,1}^x = 0$$

$$n_{1,2}^x = n_{1,2}^y = 0$$

$$n_{2,5}^y = 0$$

$$n_{3,4}^x = 0$$

这样, 选取一组满足上式及(6)式的 $n_{i,j}^x$ 和 $n_{i,j}^y$, 代入(5)式, 即得 $\hat{\psi}_{i,j}^x$ 和 $\hat{\psi}_{i,j}^y$ 。

需要说明的是, 在这里, 梯度场 $\hat{\psi}_{i,j}^x$ 和 $\hat{\psi}_{i,j}^y$ 的估

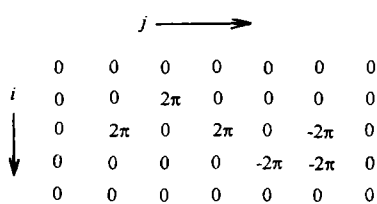


图1 $R_{i,j}$ 为非零点的分布

Fig.1 Distribution of the points at which $R_{i,j}$ equals non-zero

值具有一定的随意性, 并非唯一。因为不满足奈奎斯特频率的采样信号, 本身就无法恢复。

3 相位解缠

因为 $\hat{\psi}_{i,j}^x$ 和 $\hat{\psi}_{i,j}^y$ 构成一梯度场, 很容易用最小二乘法求解 $\phi_{i,j}$ 。而且, $\phi_{i,j}$ 的最小二乘解, 满足牛曼条件下的泊松方程。即:

$$\phi_{i,j+1} + \phi_{i+1,j} + \phi_{i,j-1} + \phi_{i-1,j} - 4\phi_{i,j} = \hat{\psi}_{i,j}^x - \hat{\psi}_{i-1,j}^x + \hat{\psi}_{i,j}^y - \hat{\psi}_{i,j-1}^y \quad (7)$$

求解该泊松方程, 可以用直接法(如 DCT 法), 也可以用迭代法。我们将 $\phi_{i,j}$ 的最小二乘解记作 $\phi_{i,j}^{(0)}$ 。

在这里, $\phi_{i,j}^{(0)}$ 还不能作为最终的相位值。原因有两个, 一个是 $\hat{\psi}_{i,j}^x$ 和 $\hat{\psi}_{i,j}^y$ 的估值不可避免的存在偏差。再一个是噪声问题。噪声必须要进行预处理。这种处理包括各种提高信噪比的措施。另外, 噪声点(低信噪比点)的识别, 也是重要一点。 $\phi_{i,j}^{(0)}$ 的求解, 没有考虑噪声点问题。因此, 我们还必须用加权最小二乘法, 进一步求解高精度的相位值。

加权最小二乘相位解缠最终可以化成如下形式^[3]:

$$P\Phi^{(k+1)} = C - D\Phi^{(k)} \quad (8)$$

其中, Φ 是一个由 $M \times N$ 个相位元素组成的向量。 C, D 与权值有关。(8)式为迭代形式, 只要将 $\phi_{i,j}^{(0)}$ 作为初值代入即可。

4 模拟结果

现将算法步骤归纳如下:

- (1) 强噪声点识别, 即标识反射系数极低的像素点。
- (2) 按(1)式, 计算相位差场 $\psi_{i,j}^x, \psi_{i,j}^y$ 。
- (3) 按(3)式, 计算闭合回路积分 $R_{i,j}$ 。
- (4) 根据 $R_{i,j}$ 为非零的点的分布, 结合方程(6), 计算一组合适的 $n_{i,j}^x$ 和 $n_{i,j}^y$ 。
- (5) 根据(5)式, 计算梯度场 $\hat{\psi}_{i,j}^x$ 和 $\hat{\psi}_{i,j}^y$ 。
- (6) 将 $\hat{\psi}_{i,j}^x$ 和 $\hat{\psi}_{i,j}^y$ 代入(7)式, 并考虑牛曼边界条件, 求得绝对相位的初步解 $\phi_{i,j}^{(0)}$ 。
- (7) 根据强噪声点和相位不一致点的情况, 确定一组权值, 计算 C, D 。注意, $R_{i,j}$ 为非零的点, 仅仅是相位不一致的点的一部分, 即端点。
- (8) 以相位的初步解 $\phi_{i,j}^{(0)}$ 作为初值, 代入(8)式, 迭代求最终的绝对相位。

我们构造了一个为四分之一锥体的二维相位。(图 2)。(a)是测量值, 即缠相位。(b)为实际值。相

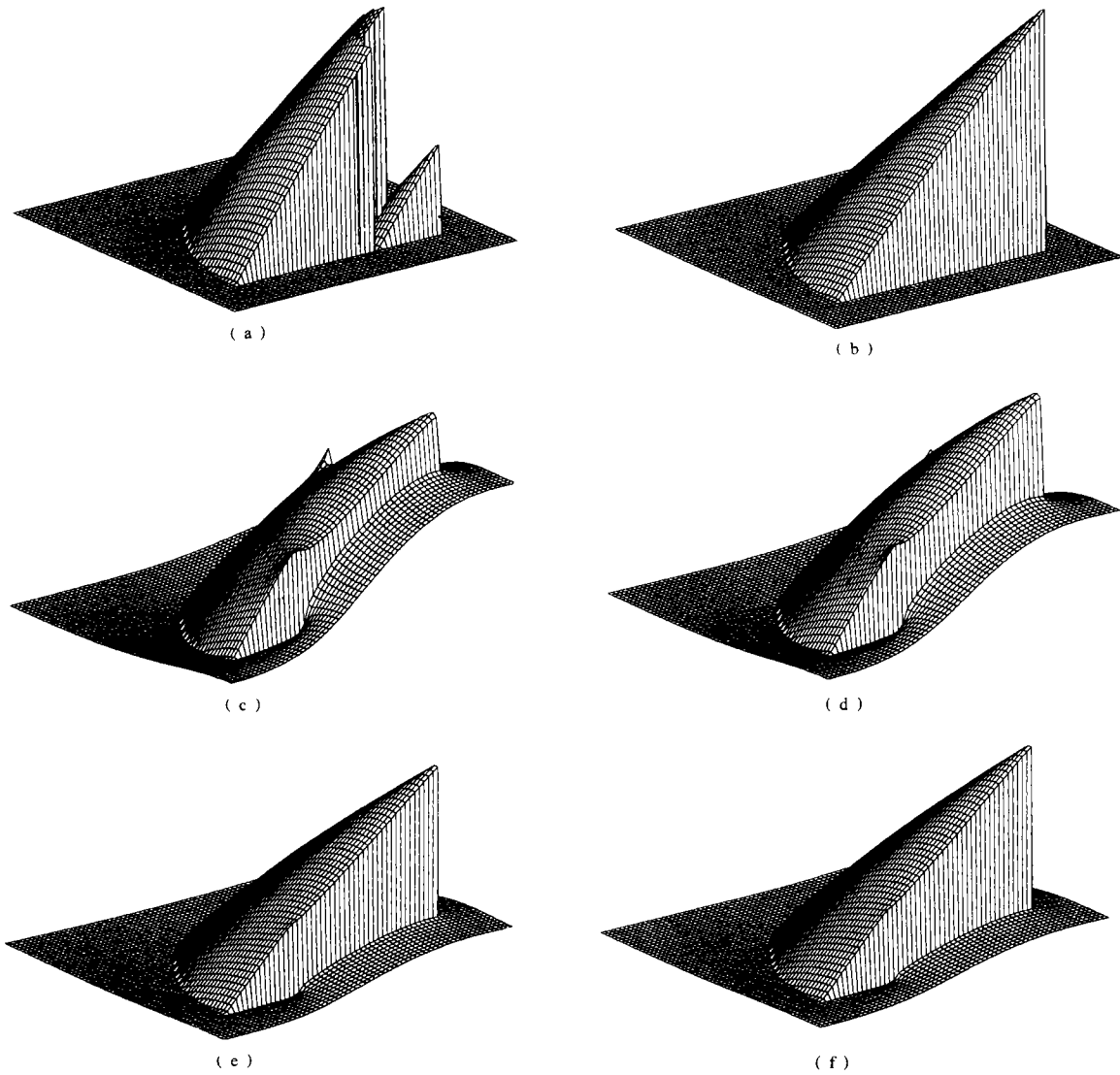


图 2 相位解缠结果及其收敛过程比较

Fig.2 Results of the new method for comparison with the convergence rate of general weighted LMS

(a) 相位测量值; (b) 相位实际值; (c) 常规法迭代 20 次的相位值; (d) 新方法迭代 10 次的相位值;

(e) 常规法迭代 100 次的相位值; (f) 新方法迭代 50 次的相位值

位解缠就是以尽可能小的误差恢复(b)。(c)和(e)是常规加权最小二乘法(即初值为0)的计算值。它们的迭代次数分别为20和100。(d)和(f)是采用本文的方法所得的结果。其迭代次数分别是10和50。可以看出,本文介绍的方法比常规加权最小二乘法快一倍多。

5 结 论

通过对相位梯度场的估值,为加权最小二乘法取得一个比较合理的初值,可以加快相位的解缠速

度。如果这种估值越合理,迭代的速度就越快。梯度场估值的合理程度,在于对相位不一致点中非零点分布的分析。

参 考 文 献

- 1 V. Spagnolini. 2-D Phase Unwrapping and Instantaneous Frequency Estimation. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 1995, 33(3):579—589.
- 2 C. Prati, F. Rocca, A. M. Guarnieri, E. Damonti. Seismic migration for SAR focusing interferometrical applications. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 1990, 28:627—640.
- 3 D. C. Chiglia, L. A. Romero. Robust two-dimensional

weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, 11(1):107–117.

作者简介

向茂生,男,1964年6月生,讲师,1989年西北工业大学

航空电子工程系硕士毕业。现为中国科学院遥感应用研究所博士生,主要从事遥感直接对地三维定位研究。已发表论文5篇。

A Method for LMS Phase Unwrapping Based on Phase-Gradient Estimation

Xiang Maosheng Li Shukai

(*Institute of Remote Sensing Applications, CAS Beijing 100101*)

Abstract An inconsistency is one of the engineering obstacles to unwrap phase. Both noise and undersampling can cause inconsistencies. Up to now, the method of processing inconsistencies is to avoid inconsistent pixels whether they are caused by noise or undersampling. This paper presents a new method for phase unwrapping. After phase-gradient is estimated, unweighted and weighted phase unwrapping are used. It has been shown that the precision of phase can be improved because of a reasonable initial quantity for weighted least-squares.

Key words Phase unwrapping, Phase inconsistency, Weighted least-squares