

# 用蒙特-卡罗方法计算大气点扩散函数<sup>\*</sup>

徐希孺 王平荣

(北京大学遥感与地理信息系统研究所 北京 100871)

**摘 要** 大气效应的纠正是一个仍未被彻底解决的定量遥感问题,随着传感器空间分辨率的不断提高,各种斜视星载遥感器的不断涌现,寻找交叉辐射项的修正方法日显迫切,该文应用蒙特-卡罗(M-C)方法求得不同大气条件下的点扩散函数图形,结果显示:(1)大气状况对点扩散函数的形状、目标像元的贡献率有不可忽略的影响;(2)一次散射的假定将导致夸大背景像元的贡献率,其绝对误差最大可达7%,其相对误差最大可达40%;(3)斜视条件下与传感器同侧的像元贡献率最大,对侧像元的贡献率最小,其间的过渡曲线形状决定于传感器斜视角度与气溶胶尺度谱,而与入射辐射波长和大气能见度无关。

**关键词** 大气点扩散函数,蒙特-卡罗方法

## 1 引 言

地表目标所反射的太阳光为传感器接收成为遥感信号之前,必经大气的吸收与散射,我们称此为大气效应。大气效应的纠正是一个至今还没有被彻底解决的定量遥感问题。

许多学者曾正确的指出<sup>[1, 2]</sup>,传感器所接收到的辐射亮度值  $L$  由 3 部分组成:

$$L = L_s + L_d + L_0 \quad (1)$$

其中:  $L_s$  为来自目标经大气衰减而到达传感器的直接辐射项;  $L_d$  为交叉辐射项,即来自相邻像元、经大气多次散射后传至传感器的辐射亮度;  $L_0$  为程辐射项,即太阳辐射不经地表反射,直接由大气散射而进入传感器的辐射亮度。

此 3 项中,仅  $L_s$  包含了我们所需要的地表反射率信息,而  $L_d$  与  $L_0$  退化了遥感信号,故大气效应的纠正应包括从  $L$  中去除  $L_d$  与  $L_0$  及从  $L_s$  中消除大气削弱效应 3 项内容。 $L_0$  可以看作当地表反射率为零时,传感器接收到的辐射亮度。它只与大气状况有关,而与地表反射特征无关。在大气状况已知的条件下,利用现有的大气辐射传输计算软件,可以比较准确地求得路径辐射项的值。

对于交叉辐射项的纠正问题可以从两个不同的角度讨论,即空间域方法<sup>[2-5]</sup>与频率域方法<sup>[6]</sup>。从空间域而论,可以把交叉辐射项的影响用大气点扩

散函数近似描述,邻近像元的影响可以看作是地表辐射场和大气点扩散函数的卷积。因此大气点扩散函数的物理意义是它描述了邻近像元对传感器总辐射亮度贡献率的空间分布。如果把大气对辐射的吸收与散射类同于光学器件在光路中的作用,那么可以把光学传递函数的概念借用于此,并称为大气光学传递函数。其实,大气点扩散函数与大气光学传递函数互为傅里叶变换与逆变换,所以交叉辐射项的空间域与频率域的不同表达方式,仅仅是傅里叶变换与傅里叶逆变换的问题。根据大气状态参数确定大气点扩散函数的形式是大气效应纠正中的基本问题。对大气点扩散函数问题的研究,目前主要有两大思路:求解辐射传输方程方法<sup>[7, 8]</sup>和计算机模拟试验方法<sup>[9]</sup>。

在水平均匀,垂直分层的大气条件下,一维辐射传输方程可表达为:

$$-\frac{dL(\Omega)}{dZ} + K_e L(\Omega) = \int_{4\pi} K_s P(\Omega' \rightarrow \Omega) L(\Omega') d\Omega' \quad (2)$$

其中,  $L(\Omega)$  为沿方向  $\Omega$  传输的辐射亮度;  $K_e$  为削弱系数,它等于吸收削弱系数  $K_a$  与散射削弱系数  $K_s$  之和;  $P(\Omega' \rightarrow \Omega)$  为散射相位函数。其实,散射不仅可以削弱传输方向的辐射亮度,而且可以通过多次散射增强传输方向的辐射亮度,公式(2)等号右边的积分项正是这一过程的正确表达。至今该积分-微分方程还没有严格的解析解,针对不同的应用对

<sup>\*</sup> 国家“九五”攀登项目资助。

象,可采用不同的近似解法。所谓一次散射近似下的点扩散函数表达式<sup>[10, 11]</sup>就是抛弃公式(2)右边的积分项,使积分-微分方程退化为一阶微分方程而求得点扩散函数形式。显然一次散射近似与实际大气状况是有距离的。那么这种近似会给点扩散函数带来什么样的影响?这是在此所要讨论的第一个问题。分子大气稳定少变,而大气气溶胶的性质、尺度谱以及粒子数密度及其垂直分布都是时间与空间的活跃函数。讨论大气气溶胶性质对点扩散函数的影响,是在此所要讨论的第二个问题。

如果既要保留多次散射过程,又要回避求解积分-微分方程的困难,方法之一便是采用蒙特-卡罗方法实现点扩散函数的数值模拟。

## 2 用蒙特-卡罗(Monte-Carlo)方法描述光子与大气粒子间的随机碰撞过程

蒙特-卡罗方法也叫随机模拟方法<sup>[12]</sup>。它的基本思路是,设计一个概率模型或随机过程与所求解的问题相对应,使得该概率模型或随机过程的某个参数等同于我们所求问题的解,然后通过对概率模型或随机过程的观察或抽样,求出该参数的统计特征量,它便是所求解的近似值。

大气对光的散射过程可以设想为光子与大气分子或与大气气溶胶粒子间的碰撞过程。这种碰撞具有随机性质。被地表邻近像元所反射的太阳光子只有通过大气粒子的碰撞作用才能被遥感器所接收。如果忽略掉地-气之间的多次反弹,那么这一过程是互易的,即邻近像元对遥感器所接收的总辐射亮度贡献率的空间分布函数等同于一束光子由遥感器向地面发射并通过它与大气间的随机碰撞过程,最终在地面形成的光子数的相对密度空间分布函数。完整地描述光子与粒子之间的随机碰撞过程需要4个参数:

(1) 当大气中存在着两种粒子,碰撞发生时,首先要回答的问题便是光子与哪种粒子相碰撞,亦即确定碰撞的性质。假定该高度上的分子光学厚度与气溶胶光学厚度可分别用  $\tau_m(z)$  与  $\tau_a(z)$  表达。那么光子与分子相碰撞的概率可用  $\frac{\tau_m(z)}{\tau_m(z) + \tau_a(z)}$  表达。对于一次偶然碰撞的性质,我们可以借助一个在  $[0, 1]$  区间内均匀取值的随机数  $r_0$  来描述。当  $0 \leq r_0 \leq \frac{\tau_m(z)}{\tau_m(z) + \tau_a(z)}$  时,确认光子与分子发生碰撞;

当  $\frac{\tau_m(z)}{\tau_m(z) + \tau_a(z)} < r_0 \leq 1$  时,确认光子与气溶胶发生碰撞,显然这样运作的最终结果必然使上述碰撞概率的限定性条件得以满足。光子与粒子碰撞的结果或是光子被粒子所吸收或是光子被粒子所散射。

如果令  $\omega = \frac{K_s}{K_s + K_a}$ , 此处  $K_s$  为散射削弱系数,  $K_a$  为吸收削弱系数,则  $\omega$  描述了碰撞后光子被散射的概率,并称  $\omega$  为单次散射反照率。在此次试验中,令分子的单次散射反照率为“1”(  $\omega_m = 1$  ), 令气溶胶的单次散射反照率为“0.9”(  $\omega_a = 0.9$  )。事实上  $\omega$  的取值只影响到 M-C 方法的效率,对随机碰撞过程不会产生影响。

(2) 自由路程  $d$ 。自由路程  $d$  可定义为连续两次碰撞之间光子所经历的路程。光学距离  $l$  可定义为沿自由路程对削弱系数的积分:  $l = \int_0^d (K_s + K_a) ds$ , 因此  $l$  是一个无因次量。如取非碰撞概率密度函数  $p$  与光学距离  $l$  间的函数关系为  $p = e^{-l}$ 。那么光子与粒子相距光学距离  $l$  时的非碰撞概率  $r_1$  应为:  $r_1 = \int_0^l p(l') dl' = 1 - e^{-l}$ , 显然,  $l \rightarrow \infty$ , 则  $r_1 \rightarrow 1$ , 表明两个粒子相距无穷远时,它们之间不发生碰撞是一个必然事件,反之亦然,则  $l \rightarrow 0$  时,  $r_1 \rightarrow 0$ 。对于一个随机碰撞过程,  $r_1$  是一个在  $[0, 1]$  间取值均匀的随机数,那么:由公式  $1 - r_1 = -\ln(1 - r_1) = |\ln(1 - r_1)|$  便可算得与  $r_1$  对应的光学距离值  $l$ 。

(3) 散射相位函数  $P(\Omega' \rightarrow \Omega)$ 。相位函数  $P$  决定了光子碰撞后的去向问题,显然它由碰撞的性质所决定。对于光子与分子的散射可由雷莱散射相位函数决定,对于光子与气溶胶的散射我们采用 K. Bullrich 的计算结果<sup>[13]</sup>,如果把气溶胶粒子简化为球形粒子,那么光子与大气粒子的散射具有轴对称性质,也就是在垂直于光子传输方向的平面内具有各向同性,所以对该平面内  $\Phi$  方向的取值可表达为:  $\Phi = 2\pi r_2$ , 其中  $r_2$  是在  $[0, 1]$  区间内均匀采样的随机数。如果把散射相位函数对散射角  $\theta$  的积分值标准化为 1(散射角  $\theta$  由  $0 \rightarrow \pi$ ), 那么对一个在  $[0, 1]$  间均匀随机取值的随机数  $r_3$  便可找到一个确定的散射角方向  $\theta$  与之对应。

(4) 至此,4个随机数在 M-C 模拟中分别扮演了不同角色,  $r_0$  确定碰撞的性质,  $r_1$  确定光学距离  $l$ ,  $r_2$  与  $r_3$  共同确定光子碰撞后的运动方向,如何应用这4个在  $[0, 1]$  区间内均匀取值的随机数,确定光子与粒子碰撞后的空间位置呢? 大气光学厚度

( $\tau$ )可定义为大气削弱系数沿垂直路径自上而下的积分。当大气由分子和气溶胶两部分组成时,  $\tau(Z) = \tau_a(Z) + \tau_m(Z)$ ,  $\tau_a(Z)$ 与 $\tau_m(Z)$ 分别代表 $Z$ 高度处气溶胶光学厚度与分子光学厚度。在水平均匀、垂直分层的大气条件下, 大气光学厚度 $\tau$ 只是高度 $Z$ 的函数, 具体的函数关系只决定于大气参数的垂直廓线。垂直坐标 $Z$ 和 $\tau(Z)$ 之间存在着——对应的关系。如设光子初始的运动方向为垂直向下, 光子与粒子发生碰撞的高度为 $\tau(Z)$ , 水平坐标为 $(0, 0)$ , 则由随机数 $r_0$ 确定光子与粒子碰撞的性质, 即由 $r_2$ 与 $r_3$ 确定粒子碰撞后的去向( $\varphi, \theta$ ), 由随机数 $r_1$ 求得对应的光学距离 $l$ , 与它对应的大气光学厚度之差应为 $\Delta\tau = l \cdot \cos\theta$ , 再根据大气光学厚度 $\tau$ 与高度 $Z$ 的对应关系将 $\Delta\tau$ 转化为 $\Delta Z$ , 则自由路程 $d = \Delta Z / \cos\theta$ , 相应地水平坐标的位移量应为:  $\Delta X = d \sin\theta \cos\varphi$ ,  $\Delta Y = d \sin\theta \sin\varphi$ ; 如此不断循环, 直到光子到达地面为止。

用蒙特-卡罗方法模拟大气点扩散函数, 从本质上讲它完全脱离了辐射传输方程, 以最大的逼真度描述了光子在大气中的传输过程。对蒙特-卡罗方法来说, 处理多次散射与处理一次散射没有本质上的区别。但是其结果靠求取参量的统计平均特征来表达。M-C方法的缺点是: 一般不能获得简单明晰的解析表达式, 其规律只能靠对大量的统计数据进行分析获得。因此只有为模拟的次数足够高时, 才能获得稳定的、有代表性的结果, 有时需要几十万次到几百万次的数值试验, 不过这一缺点在计算机飞速发展的今天已显得不那么重要了。

### 3 大气参数的选取

(1) 由于大气分子密度及其垂直分布变动很少, 所以光子与大气分子的散射是十分稳定的。根据分子密度涨落理论可算得大气分子散射系数 $K_{sm}$ 为<sup>[14]</sup>:  $K_{sm} = \frac{32\pi^3}{3\lambda^4} \cdot \frac{(n-1)^2}{N}$ , 其中 $n$ 为大气折射率, 海平面大气折射率为 $n-1 = 293 \times 10^{-6}$ ,  $N$ 为分子数密度, 其海平面取值为 $266 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ 。Marggrat与Griggs给出过由 $Z$ 高度至大气上界分子散射光学厚度的近似公式<sup>[13]</sup>

$$\tau_m(\lambda, Z) = 0.0088 \lambda^{-(4.15+0.2\lambda)} e^{-(0.1188Z+0.00116Z^2)} \quad (3)$$

此处 $\lambda$ 为波长( $\mu\text{m}$ )( $0.3 \mu\text{m} < \lambda < 10.0 \mu\text{m}$ ),  $Z$ 为高度(km)。

(2) 大气气溶胶是大气中三大活跃成分之一, 无论从组成成分、粒子数密度及其高度分布以及粒子尺度谱在时空尺度上都有很大的变化。气溶胶粒子数密度随高度一般呈指数变化。因此, 气溶胶散射系数随高度的变化亦可取指数形式:

$$K_{sa}(Z) = K_{sa}(0) \exp\left[-\frac{Z}{H_p}\right] \quad (4)$$

其中,  $K_{sa}(Z)$ 为 $Z$ 高度处的气溶胶散射系数,  $K_{sa}(0)$ 为地面气溶胶散射系数,  $H_p$ 为气溶胶标高参数, 一般取 $1.2 \text{ km}$ 。气溶胶群体散射系数显然与气溶胶粒子尺度谱有关。如果取气溶胶的Junge谱, 根据Mie散射理论可得, 不同波长的气溶胶散射系数间的函数关系为:

$$K_{sa\lambda} = K_{sa\lambda_0} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^{V-2} \cdot \frac{Q(\lambda)}{Q(\lambda_0)}$$

其中 $Q(\lambda)$ 是与粒子散射有效截面有关的参数, 对于多数状况 $Q(\lambda)/Q(\lambda_0)$ 可视为常数,  $V$ 为气溶胶尺度谱参数, 取值在 $2-4$ 之间,  $V$ 取小值代表大颗粒所占比例高, 反之亦然,  $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$ 。考虑到地面能见距离( $R_m$ )与大气总散射系数间存在如下的经验函数关系:  $R_{m\lambda_0} = 3.912 / K_s(\lambda_0)$ , 因此

$$K_{sa\lambda} = \left[\frac{3.912}{R_{m\lambda_0}} - K_{sm\lambda_0}\right] \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^{V-2} \cdot \frac{Q(\lambda)}{Q(\lambda_0)} \quad (5)$$

故(5)式描述了地面气溶胶散射系数与能见距离、气溶胶尺度谱 $V$ 及波长 $\lambda$ 的函数关系。将公式(5)代入公式(4)便可获得高度 $Z$ 处的气溶胶散射系数。对公式(4)沿高度 $Z$ 积分便可获得气溶胶散射光学厚度值。

### 4 模拟结果与分析

#### 4.1 在垂直视条件下, 多次散射的点扩散函数形式

在以下所列的点扩散函数与大气参数、斜视角度的关系图都代表遥感的视场角为无穷小(理想点扩散函数), 这与以往文献在讨论同类问题时所采用的表达式一致。对视场角有限的实际遥感器, 其对应的点扩散函数为理想点扩散函数对视场角的积分。

图1为不同波长的点扩散函数形式( $V=4$ ,  $R_m=5 \text{ km}$ , 波长 $\lambda$ 分别取 $0.4 \mu\text{m}$ 和 $1.0 \mu\text{m}$ );

图2为不同能见距条件下的点扩散函数形式( $\lambda=0.4 \mu\text{m}$ ,  $V=2.5$ , 大气能见距分别取 $5 \text{ km}$ 和 $30 \text{ km}$ );

图3为不同气溶胶粒子尺度谱条件下的点扩散

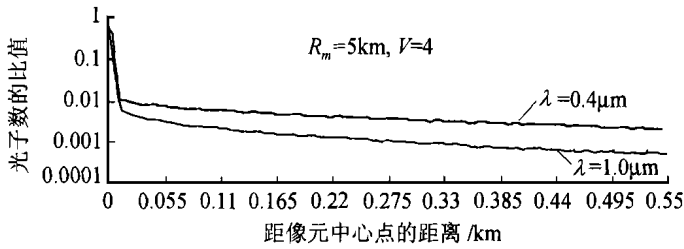


图 1 不同波长多次散射模式的点扩散函数形式  
Fig. 1 The point spread function of multi-scattering-model for different wavelength

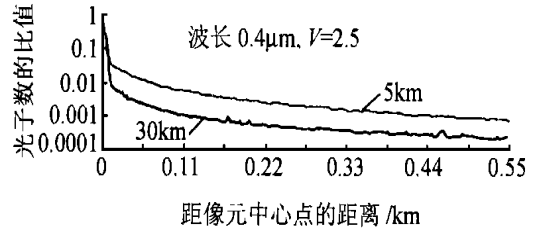


图 2 不同能见距多次散射模式的点扩散函数形式  
Fig. 2 The point spread function of multi-scattering-model for different visibility

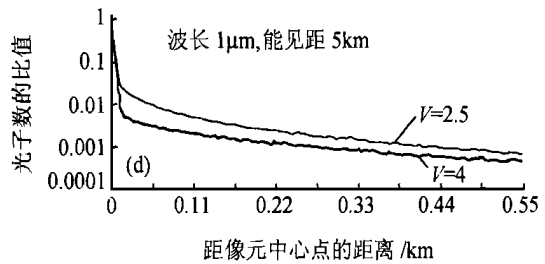
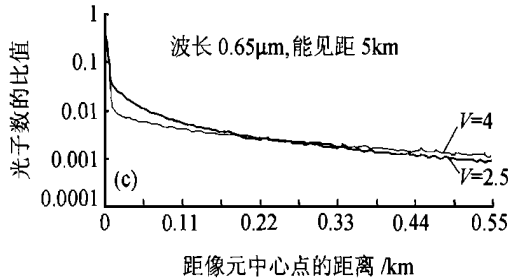
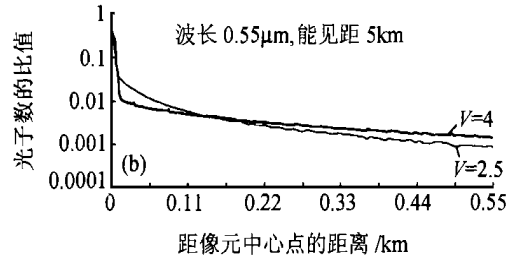
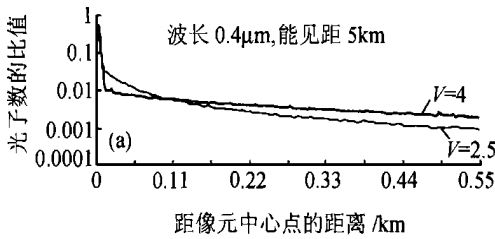


图 3 不同波长条件下, V 值对多次散射点扩散函数形式的影响  
Fig. 3 The effects of V values on point spread function for different wavelength

函数形式。

#### 4.2 多次散射斜视角下的两维点扩散函数的等值线图

##### 不同斜视角

在图 4、图 5 中,  $V$  代表大气气溶胶的颗粒尺度谱,  $R_m$  代表大气能见距, PixelSize 代表中心像元的大小, Zenith 代表探测器相对于目标像元的天顶角, 遥感器视向从左向右。

(1) 随着探测器天顶角的增大, 中心像元的贡献率减小; 这显然是因为随着探测器天顶角的增大, 从探测器到中心像元的光学厚度增大, 使一些本来可以进入中心像元的光子由于散射作用而离去(图 4);

(2) 视角天顶角是决定斜视条件下二维点扩散函数图形的重要因素之一。

#### 不同波长条件下, V 值对两维点扩散图形的影响

从图 5 可以看出:

(1) 当波长等于  $0.85 \mu\text{m}$  时, 随着  $V$  增大, 中心像元的贡献率增大; 这显然是因为波长为  $0.85 \mu\text{m}$  大于  $0.55 \mu\text{m}$ , 根据气溶胶散射系数公式, 其气溶胶光学厚度随  $V$  增大而减小, 碰撞次数减少, 而且每次碰撞的散射光强减小, 故目标像元的贡献率增大。

(2) 当波长等于  $0.4 \mu\text{m}$  时, 随着  $V$  增大, 中心像元的贡献率减小; 这显然是因为在波长小于  $0.55 \mu\text{m}$  的情况下, 随着  $V$  增大, 气溶胶光学厚度增大, 碰撞次数增加且每次碰撞的散射光强增加, 故中心像元贡献率减小。

(3) 斜视条件下,  $V$  值是确定二维点扩散函数图形的第二个重要因素。

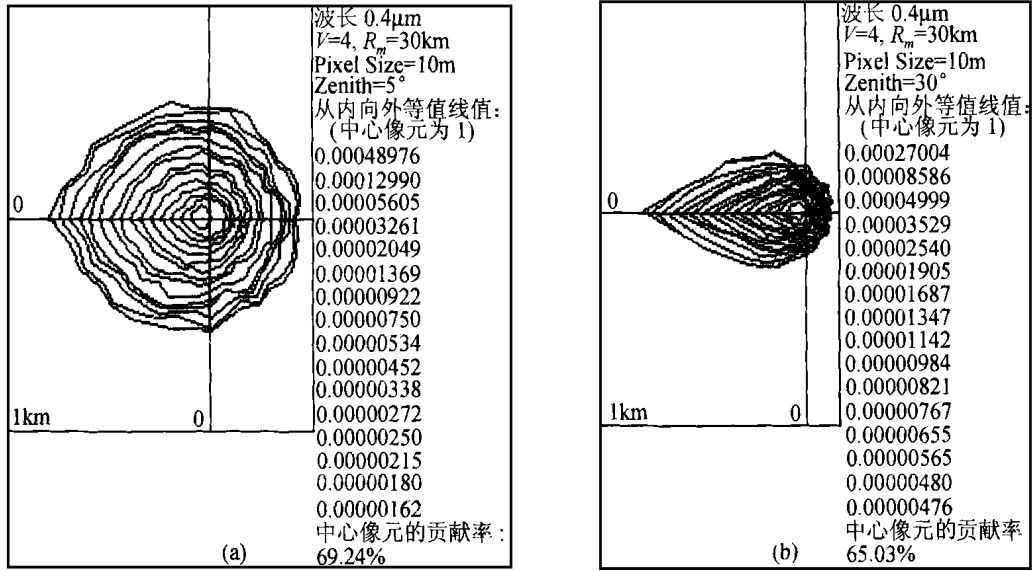


图 4 不同斜视角度的两维点扩散函数形式  
Fig. 4 2-D point spread function of different view angle

(4) 等值线图形与波长无关。

**能见距离的作用**

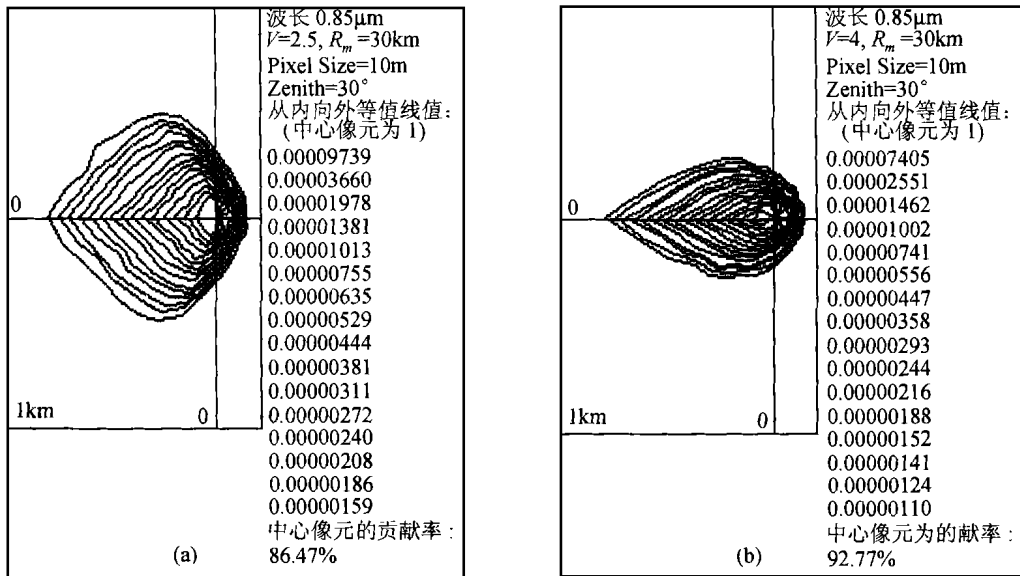
从图 6 可以看出：

(1) 在其他条件相同的情况下，随着大气能见距的增大，中心像元对探测器的贡献率增大，周围像元相对于中心像元的贡献率减小。这是因为随着大气能见距的增大，大气光学厚度减小，碰撞次数减少，因此中心像元的光子数增大，周围像元的光子数减小。

(2) 能见距离的不同不会造成斜视条件下二维点扩散函数等值线形状的变化，只改变每条等值线之值。因为能见距离只改变地面气溶胶数密度值，不改变气溶胶数密度随高度变化的规律。

**4.3 单次散射模式与多次散射模式的比较**

表 1 为多次散射与单次散射假定下的各种尺度目标像元的背景辐射贡献率比较。



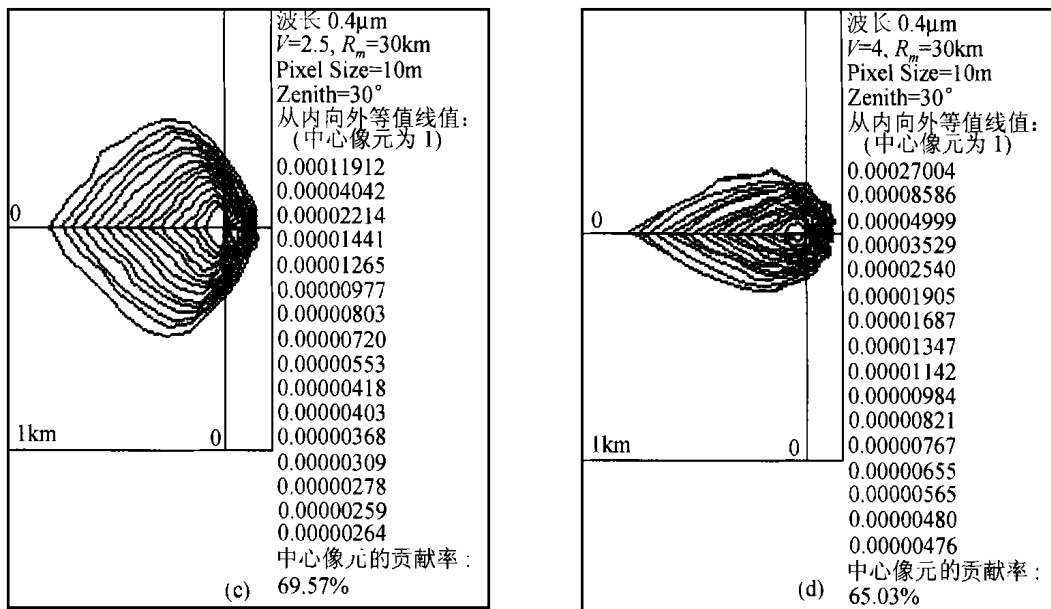


图 5 不同波长条件下, V 值对斜视二维点扩散函数形式的影响

Fig. 5 The effects of V values on 2-D point spread function of slant view for Different Wavelength

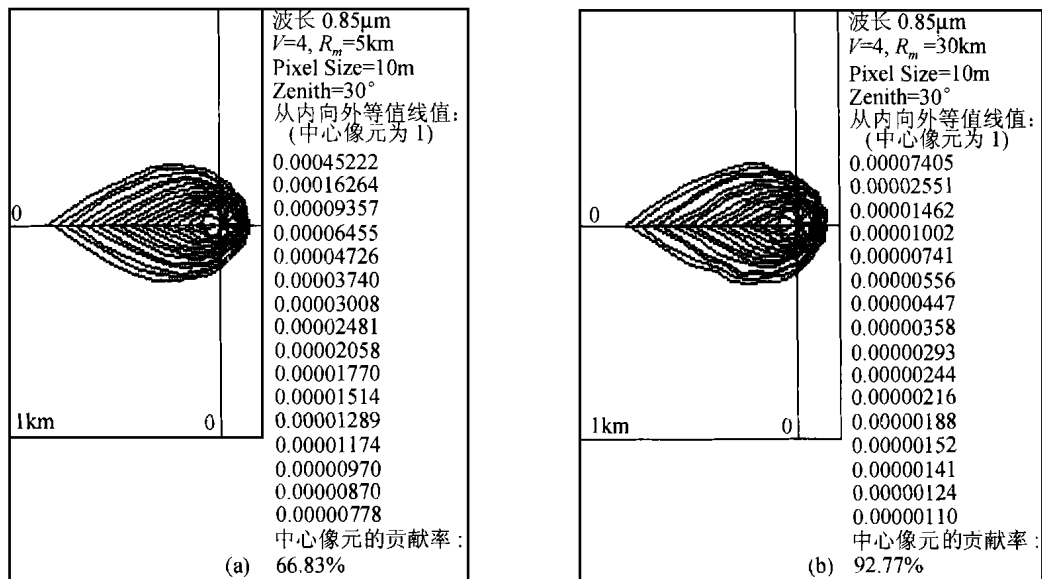


图 6 能见距离对斜视二维点扩散函数形式的影响

Fig. 6 The effects of visible distance on 2-D point spread function of slant view

分析表 1 可以得出如下结论:

(1) 在波长、能见距、气溶胶状况和像元大小都相同的情况下, 多次散射模型的背景像元对探测信号的贡献率小于单次散射模型的背景像元贡献率。这是因为一次散射的假定只考虑了散射对入射辐射的削弱作用, 而忽略了多次散射对入射辐射的增强作用。

(2) 在其他条件相同的情况下, 随着波长的增加, 多次散射背景像元的贡献率与单次散射背景像元的贡献率差值减小。这是因为随着入射辐射波长的增加, 每次碰撞所造成的平均散射光强度减弱。在多次散射与单次散射的散射次数差相同的前提下, 总散射光强效应减小, 表现为多次散射与单次散射间的差别减小。

表 1 多次散射与单次散射假定下的各种尺度目标像元的背景辐射贡献率比较(垂直条件下)

Table 1 The comparison of background radiation contributive percentage of different central pixel size for multi-scattering and single-scattering model

波长 $\lambda_m$	$V=2.5$	目标像元/m	1100	80	30	10
		$R_m/km$	(背景像元对探测器接收到的光子数的贡献率/%)	(背景像元对探测器接收到的光子数的贡献率/%)	(背景像元对探测器接收到的光子数的贡献率/%)	(背景像元对探测器接收到的光子数的贡献率/%)
0.4	多次 散射	5	21.2883	48.5290	57.5216	63.0031
		10	18.1054	33.9756	39.7838	44.2379
		20	16.2627	25.0069	27.9912	30.3465
		30	15.6731	21.8184	23.7102	25.1722
		50	15.5444	19.4493	20.2841	20.9646
	单次 散射	5	27.0686	51.8573	60.9501	67.5875
		10	24.3271	39.88981	45.5167	49.8574
		20	22.6329	31.8995	34.6795	37.0231
		30	21.9752	28.8696	30.7286	32.1593
		50	21.5521	26.2272	27.1819	27.1416
0.55	多次 散射	5	11.5695	38.9520	48.2335	54.9380
		10	8.0206	23.7108	29.6407	34.2143
		20	5.9800	14.4398	17.7354	20.3573
		30	5.3497	11.2113	13.4393	15.2225
		50	4.7514	8.3716	9.6831	10.7383
	单次 散射	5	13.9550	39.5447	49.3040	56.5128
		10	10.3253	25.7415	31.7883	36.4679
		20	8.2152	16.8946	20.1757	22.7877
		30	7.4927	13.6192	15.8521	17.6270
		50	6.8502	10.8001	12.1431	13.1971
0.65	多次 散射	5	9.8176	36.4514	45.2384	51.5821
		10	6.2133	21.4061	27.0008	31.2505
		20	4.1541	12.2668	15.3558	17.7926
		30	3.4078	9.0194	11.1684	12.8341
		50	2.8313	6.8957	7.5843	8.6055
	单次 散射	5	11.2801	36.6035	45.8468	52.5368
		10	7.4820	22.2666	28.0585	32.3737
		20	5.5209	13.8561	16.9628	19.3872
		30	4.5549	10.3601	12.5626	14.2018
		50	3.8326	7.3348	8.6096	9.6433

0.85	多次 散射	5	8.5744	33.7252	41.4960	46.9920
		10	4.8967	19.1241	23.9472	27.5338
		20	2.8625	10.4259	13.1062	15.1366
		30	2.1446	7.3268	9.1853	10.6302
		50	1.5628	4.7185	5.8547	6.8277
	单次 散射	5	9.3256	33.7258	41.7586	47.6969
		10	5.5970	19.6476	24.6071	28.3135
		20	3.3987	11.0145	13.7607	5.8423
		30	2.6561	8.1383	10.0368	11.4252
		50	2.0043	5.2522	6.4154	7.2974
1	多次 散射	5	8.1432	32.3527	39.4500	44.3822
		10	4.5511	8.1353	22.5054	25.7061
		20	2.5243	9.7633	12.2103	14.0272
		30	1.8187	6.7374	8.4242	9.6684
		50	1.2487	4.2529	5.2827	6.0561
	单次 散射	5	8.8138	32.3584	39.8783	45.2463
		10	5.0100	18.5138	22.8842	26.3350
		20	2.8717	10.1321	12.5949	14.4366
		30	2.0693	7.0494	8.7452	10.0320
		50	1.5117	4.5848	5.5997	6.3783

(3) 在其他条件相同的情况下,目标像元越大,多次散射背景像元的贡献率与单次散射背景像元的贡献率之差值越大;这是因为目标像元越大,意味着传感器视场角越大,那么多次散射对入射辐射的增强作用也越大。

(4) 在其他条件相同的情况下,多次散射与单次散射的背景贡献率差值与能见距离成反变关系,这是因为能见度低,入射辐射在传播过程中的碰撞次数增多,故多次散射对入射辐射的增强作用增大。

从表 2(a)和表 2(b)可以看出:

(1) 当  $\lambda > \lambda_0$  时,随着大气能见距的增大,绝对误差减小而相对误差明显增大。这是因为随着大气能见距的增大,大气气溶胶的光学厚度减小,碰撞次数减小,多次散射与一次散射之间的差别减小,导致绝对误差的减小,但另一方面由于多次散射减弱所导致的背景像元贡献率的减小快于绝对误差的减少,故导致相对误差的明显增大。当  $\lambda < \lambda_0$  时,由于雪莱散射与  $\lambda^{-4}$  成正比,因此  $\tau_m$  比  $\tau_a$  大得多,故光子与气溶胶粒子碰撞次数在总碰撞次数中所占比例减少,致使绝对误差随能见距的变化不显著。

(2) 在其他条件相同的情况下,随着波长的减小,单次散射的绝对误差与相对误差却增加。这是因为随着波长的减小,大气分子光学厚度与气溶胶光学厚度都增加,碰撞次数增加,而且每次散射所造成的散射光强增加。

(3) 气溶胶尺度谱的变化( $V$  值的大小)对背景像元贡献率的绝对误差和相对误差似乎没有明显的作用。

(4) 背景像元贡献率的绝对误差随像元尺度的变化不很显著,但相对误差随像元尺度的减小而减小,最大绝对误差可达 7% 左右,最大相对误差可达 40% 左右。

## 5 结 论

大气纠正是定量遥感分析中不容忽视的问题,随着传感器空间分辨率的不断提高以及斜视传感器的出现,交叉辐射项的纠正问题更加突出,实践表明,应用 Monte Carlo 方法求解大气点扩散函数问题在计算机迅速发展的时代,更显示其优越性。

表 2(a) 单次散射模型中,背景像元贡献率的绝对误差及相对误差比较(垂直条件下)( $V=2.5$ )

Table 2(b) The comparison of absolute error and relative error of background pixel contributive percentage for single-scattering model (vertical condition) ( $V=2.5$ )

波长 $\lambda_m$	目标像元 $R_m/km$	1100		80		30		10	
		绝对误差 /%	相对误差 /%	绝对误差 /%	相对误差 /%	绝对误差 /%	相对误差 /%	绝对误差 /%	相对误差 /%
0.4	5	5.7803	27.15	3.3283	6.86	3.4285	5.96	4.5844	5.62
	10	6.2217	34.30	5.9142	17.41	5.7329	14.41	5.6195	12.70
	20	6.3702	39.17	6.8926	27.56	6.6883	23.89	6.6766	22.00
	30	6.3021	40.21	7.0512	32.32	7.0184	29.60	6.9871	27.76
	50	5.8077	37.65	6.7779	34.85	6.8978	34.01	6.1770	29.46
0.55	5	2.3855	19.47	0.5927	1.19	1.0705	1.94	1.5748	2.52
	10	2.3047	28.73	2.0307	8.56	2.1476	7.25	2.2536	6.59
	20	2.2352	27.38	2.4548	17.00	2.4403	13.76	2.4344	11.96
	30	2.1430	40.06	2.4079	21.48	2.4128	17.95	2.4045	15.80
	50	2.0988	44.17	2.4285	29.01	2.46	25.41	2.4588	22.90
0.65	5	1.4625	13.99	0.1521	-0.12	0.4628	1.07	0.9547	1.93
	10	1.2687	20.42	0.8605	4.02	1.0577	3.92	1.1232	3.59
	20	1.3668	32.90	1.5893	12.96	1.6070	10.47	1.5946	8.96
	30	1.1471	33.66	1.3407	14.86	1.3942	12.48	1.3677	10.66
	50	1.0013	35.36	0.4391	16.51	1.0253	13.52	1.0378	12.06
0.85	5	0.7512	8.58	0.0006	0	0.2626	0.63	0.7049	1.50
	10	0.7003	14.30	0.5235	2.74	0.6599	2.76	0.7797	2.83
	20	0.5362	18.73	0.5880	5.65	0.6545	4.99	0.7057	4.66
	30	0.5115	23.85	0.8115	11.08	0.8515	9.27	0.7950	7.48
	50	0.4418	28.27	0.5337	11.31	0.5607	9.58	0.4697	6.88
1	5	0.6706	7.61	0.0060	-0.30	0.4283	0.70	0.8641	1.46
	10	0.4589	11.30	0.3785	2.35	0.3788	2.49	0.6289	2.83
	20	0.3474	13.76	0.3688	3.78	0.3846	3.15	0.4094	2.92
	30	0.2506	13.78	0.3120	4.63	0.3210	3.81	0.6289	3.75
	50	0.2270	17.67	0.3319	7.80	0.3170	6.00	0.8461	5.32

表 2(b) 单次散射条件下,背景像元贡献率的绝对误差及相对误差比较(垂直条件下)( $V=4$ )

Table 2(b) The comparison of absolute error and relative error of background pixel contributive percentage for single-scattering model (vertical condition) ( $V=4$ )

波长 $\lambda_m$	目标像元 $R_m/km$	1100		80		30		10	
		绝对误差 /%	相对误差 /%	绝对误差 /%	相对误差 /%	绝对误差 /%	相对误差 /%	绝对误差 /%	相对误差 /%
0.4	5	6.63	16.75	3.64	4.89	3.77	4.81	3.87	4.81
	10	6.82	23.74	6.09	11.55	6.06	10.78	6.03	10.37
	20	6.75	31.52	7.02	19.86	6.99	18.66	7.00	18.12
	30	6.58	35.29	7.32	26.15	7.29	24.79	7.29	24.12

	50	6.47	39.30	7.30	33.54	7.34	32.64	7.35	32.08
0.55	5	4.04	18.24	3.59	7.13	3.80	6.99	3.90	6.89
	10	3.15	22.67	3.41	10.95	3.50	10.32	3.54	9.99
	20	2.59	28.62	2.94	15.79	2.96	14.65	3.01	14.21
	30	2.48	33.70	2.93	21.04	2.97	19.75	2.97	18.91
	50	2.19	37.07	2.58	25.82	2.60	24.31	2.65	23.89
0.65	5	2.71	16.69	2.83	7.22	2.97	6.95	3.08	6.89
	10	2.02	21.00	2.36	10.31	2.44	9.70	2.50	9.46
	20	1.58	26.63	1.87	14.28	1.95	13.61	1.98	13.12
	30	1.39	30.04	1.66	17.29	1.70	16.21	1.72	15.70
	50	1.28	36.25	1.51	22.91	1.52	21.27	1.52	20.36
0.85	5	1.48	15.14	1.80	7.22	1.93	7.02	2.02	6.96
	10	0.96	17.64	1.25	9.09	1.34	8.79	1.36	8.48
	20	0.66	21.25	0.87	11.54	0.88	10.65	0.91	10.35
	30	0.53	23.02	0.67	12.68	0.70	11.88	0.71	11.50
	50	0.48	28.67	0.62	17.83	0.62	16.32	0.63	15.70
1	5	1.10	15.27	1.45	7.74	1.51	7.28	1.55	7.10
	10	0.60	15.40	0.80	7.96	0.86	7.69	0.87	7.38
	20	0.40	18.42	0.52	9.69	0.56	9.50	0.58	9.27
	30	0.34	21.80	0.42	11.28	0.44	10.51	0.44	10.04
	50	0.26	24.32	0.36	14.82	0.38	14.32	0.39	14.02

我们比较系统地考察了 Monte Carlo 方法在求解大气点扩散函数这一问题上的应用,分析了光子在大气中传输的随机过程,给出了描写这些随机过程的基本公式,它们构成了应用 Monte Carlo 方法求解大气点扩散函数的算法基础。

本文在忽略地-气间的多次反弹条件下,在不同大气能见度、不同入射辐射波长、不同气溶胶粒子尺度谱、不同像元尺度和不同观测角度等条件下,计算了大气点扩散函数,得到了一些初步结果。对这些结果的分析表明:(1)一次散射假定将导致背景像元贡献率被夸大,其绝对误差最大可达7%左右,其相对误差最大可达40%左右。(2)目标像元的贡献率受制于入射辐射的波长。大气能见度、气溶胶尺度谱及目标像元的尺度,其作用机制已在文中有所分析。(3)斜视条件下与传感器同侧的像元贡献最大,对侧的像元贡献最小,其间的过渡曲线形状决定于传感器的斜视角度(天顶角)及气溶胶尺度谱,与入射辐射波长及能见距离无关。

### 参 考 文 献 (References)

1 Singh, S. M. Estimation of multiple reflection and lowest order adjacency effects on remotely-sensed data. *Int. J. Remote Sens.*, 1988, **9**:

1433—1450.

- 2 Li Shusun, A Component Decomposition Model for Evaluating Atmospheric Effects in Remote Sensing a dissertation for Ph. D., University of California, Santa Barbara, 1985.
- 3 Otteman, J., Fraser, R. S. Adjacency effects on imaging by surface reflection and atmospheric scattering: Cross-radiance to zenith. *Appl. Opt.*, 1979, **18**: 2852.
- 4 Kaufman, Y. J. The atmospheric effect on remote sensing and its correction. in *Theory and Applications of Optical Remote Sensing*. in G. Asrar, Ed. 1989, 336—428.
- 5 Kaufman, Y. J., Tanre, D. Strategy for direct and indirect methods for correcting the aerosol effect on remote sensing: from AVHRR to EOS-MODIS. *Remote Sens. Environ.*, 1996, **55**: 65—79.
- 6 Kaufman, Y. J. Effect of the Earth's atmosphere on contrast for zenith observation. *J. Geophys. Res.* 1979, **84**: 3165—3172.
- 7 Kaufman, Y. J., Sendra, C. Algorithm for atmospheric corrections. *Int. J. Remote Sens.*, 1988, **9**: 1357—1381.
- 8 Liang, S., Strahler, A. H. An analytic radiative transfer model for a coupled atmosphere and leaf canopy. *J. Geophys. Res.*, 1995, **100**: 5085—5094.
- 9 Pearce, W. A. Monte Carlo study of the atmospheric spread function. *Appl. Opt.* 1986, **25**: 438—447.
- 10 牛铮, 朱重光, 王长耀. Analysis of atmospheric cross radiation in a Slant Viewing Angle. *Journal of Remote Sensing*, 1997, **1**(2): 88—93. [牛铮, 朱重光, 王长耀. 斜视角度下大气

- 交叉辐射影响分析. 遥感学报, 1997, 1(2): 88-93.]
- 11 Hu Baoxin, Li Xiaowen, Zhu Chongguang, Alan H. Strahler. Deriving the Anisotropic Atmospheric Point-Spread Function of the nadir Remote Sensing. *China Journal of Image and Graphics*, 1996, 1(1): 19-29. [胡宝新等. 大倾角光学遥感中大气点扩散函数的近似模型. 中国图像图形学报, 1996, 1(1): 19-29.]
- 12 Xu Zhongji. Monte-Carlo Method. Shanghai Science and Technology Press, 1985. [徐钟济. 蒙特卡罗方法. 上海科学技术出版社, 1985.]
- 13 Zhou Xiuji, et al. Advanced Atmospheric Physics. Beijing: Meteorological Publishing House, 1991. [周秀骥等. 高等大气物理学(上、下册), 北京: 气象出版社, 1991.]
- 14 Lu Sihua. Remote Sensing Physics. Beijing: The Commercial Press, 1981. [吕斯骅. 遥感物理基础. 北京: 商务印书馆, 1981.]
- 15 Irons, J. R. et al. An Off-Nadir Pointing Imaging Spectroradiometer for Terrestrial Ecosystem Studies. *IEEE trans. Geos. and Remote Sensing*, 1991, 29(1).

## 作者简介

徐希孺,男,1937年2月生,教授、博士生导师。1960年毕业于北京大学地球物理系,留校工作。多年从事遥感应用模型研究与教学工作,已在“中国科学”、“科学通报”等学报级以上刊物发表学术论文40多篇;主编专著两部。

## Computing Atmospheric Point Spread Function by Monte-Carlo Method

XU Xi-Ru WANG Ping-Rong

(Inst. Of Remote Sensing & GIS, Peking Univ., Beijing 1000871)

**Abstract** Up to now, the correction of atmospheric effect has not been properly solved. It is an exigent task to find a method for diffusive radiation correction because of continual improvement of sensor's pixel size and the continual emergence of various slant-view satellite-borne sensors. In this paper, we have got the point spread function (PSF) of different pixel size for different atmospheric condition by Monte-Carlo method. The results show:

(1) The effects of atmospheric condition on the PSF and central pixel's contributive percentage can't be ignored.

(2) The single-scattering model results in exaggerating contributive percentage of background pixel, the maximum of its absolute error is about 7% and its relative error is about 40%.

(3) In the situation of slant view, the maximum contribution comes from pixels with the same azimuth angle of sensor and the minimum contribution comes from pixels with the opposite side of sensor's azimuth angle. The contributions of pixels between them are decided by zenith angle of sensor and aerosol size spectrum, it has nothing to do with radiative wavelength and ground visible distance.

**Key words** Atmospheric point spread function, Monte-carlo method