

文章编号: 1007-4619 (2000) 04-0311-05

# 星载 GPS 载波相位相对定轨方法研究

胡国荣<sup>1</sup>, 欧吉坤<sup>2</sup>, 崔伟宏<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 遥感应用研究所, 北京 100101; 2. 中国科学院 测量与地球物理研究所, 湖北 武汉 430077)

**摘 要:** GPS 被越来越多地装载在用于遥感、气象和海洋测高等应用的低轨卫星上进行精密定轨, 低轨卫星星载 GPS 精密定轨的基本观测量为载波相位观测值, 针对低轨卫星星载 GPS 的特点, 给出了一种适合于星载 GPS 载波相位相对定轨的模糊度解算方法, 及模糊度解算准确程度的检验方法。该方法应用于 TOPEX/POSEIDON 卫星星载 GPS 实测数据, 可得到分米级的定轨精度。

**关键词:** GPS; 相对定轨; Sigma 方法; 整周模糊度

**中图分类号:** TP79/P228.4 **文献标识码:** A

## 1 引 言

GPS 有全天候、高精度、连续观测的优点, 被越来越多地装载在用于遥感、气象和海洋测高等应用的低轨卫星上<sup>[1]</sup>。由于这类卫星轨道高度约为 450—900 km, 受地球引力、大气阻力等影响很大, 其动力学模型很难准确模拟, 利用星载 GPS 精密定轨, 可以取代已不能满足许多高精度应用对卫星轨道需要的常规地面跟踪技术的动力法定轨<sup>[2]</sup>。实测数据处理表明<sup>[3]</sup>, 利用星载 GPS 定轨, 低轨卫星的径向轨道精度可达厘米级, 这为卫星遥感学、全球海洋学和全球气象学研究提供了准确的数据处理基准。

GPS 载波相位观测值的精度比伪距观测值好 100 多倍, 因此, 载波相位观测值就成为低轨卫星星载 GPS 精密定轨的基本观测量。载波相位相对定轨方法, 即低轨卫星上的接收机与地面基准站(如 IGS GPS 永久站)接收机的同步载波相位观测值形成动态基线, 已知基准站三维位置来确定低轨卫星轨道位置<sup>[4]</sup>。该方法可以削弱或消除 GPS 卫星钟差、星历误差的影响, 而且不受通常的动力法定轨中大气阻力等不确定性的影响, 与通常的动力法相比有显著优点。本文针对星载 GPS 的特点, 首先介绍

了载波相位相对定轨方法的基本原理, 然后给出了一种适合于星载 GPS 载波相位相对定轨的模糊度解算方法, 以及模糊度解算准确程度的检验方法, 最后利用 TOPEX/POSEIDON 卫星星载 GPS 实测数据验证了该方法的有效性和精度。

## 2 载波相位相对定轨方法

星载 GPS 接收机接收的 GPS 卫星信号不受对流层延迟影响, 并假定电离层延迟可利用较好的模型或方法进行改正<sup>[4-6]</sup>; 而地面基准站接收机为双频 GPS 接收机, 电离层延迟可以得到很好地改正<sup>[5,6]</sup>, 对流层延迟可采用适当的改正模型进行改正<sup>[7]</sup>。由于为后处理定轨, 可利用精密星历(精度为 10—30 cm), 从而可削弱 GPS 卫星星历误差和 SA 的影响。

以 L<sup>1</sup> 载波相位观测值为例, 设地面基准站接收机与低轨卫星星载接收机在  $t_i$  时刻共视了 GPS 卫星  $j, k$ , 已知地面基准站坐标和低轨卫星近似位置  $X_0 = (X_{j0}, Y_{j0}, Z_{j0})$ , 则可得线性化双差观测方程为:

$$\Delta\Delta\Phi = A^k x + \lambda_1 \Delta\Delta N + \Delta\Delta\epsilon_{\Phi} \quad (1)$$

式中,  $\lambda_1$  为 L<sup>1</sup> 载波相位波长;  $x = (\delta X_j, \delta Y_j, \delta Z_j)^T$  为低轨卫星三维轨道位置改正数;

收稿日期: 1999-11-10; 修订日期: 2000-01-19

基金项目: 本研究得到中国科学院动力大地测量开放研究实验室资助。

作者简介: 胡国荣(1971—)男, 江西丰城人。1999年6月获中国科学院测量与地球物理研究所大地测量学与测量工程专业博士学位, 现为中国科学院遥感应用研究所博士后。主要从事于星载 GPS 低轨卫星定轨研究, 以及 GPS/GLONASS 理论与应用和 3S 集成应用研究。

$$A^{jk} = \begin{pmatrix} \frac{X^j - X_{f0} - X^k - X_{f0}}{(\dot{\rho}_f^j)_0} & \frac{X^k - X_{f0}}{(\dot{\rho}_f^k)_0} \\ \frac{Y^j - Y_{f0} - Y^k - Y_{f0}}{(\dot{\rho}_f^j)_0} & \frac{Y^k - Y_{f0}}{(\dot{\rho}_f^k)_0} \\ \frac{Z^j - Z_{f0} - Z^k - Z_{f0}}{(\dot{\rho}_f^j)_0} & \frac{Z^k - Z_{f0}}{(\dot{\rho}_f^k)_0} \end{pmatrix}^T$$

$(\dot{\rho}_f^j)_0 = [(X^j - X_{f0})^2 + (Y^j - Y_{f0})^2 + (Z^j - Z_{f0})^2]^{1/2}$ ;  
 $(\dot{\rho}_f^k)_0 = [(X^k - X_{f0})^2 + (Y^k - Y_{f0})^2 + (Z^k - Z_{f0})^2]^{1/2}$ ;  
 $(X^j Y^j Z^j)$ 和 $(X^k Y^k Z^k)$ 分别为第  $j, k$  颗 GPS 卫星的三维轨道位置;

$\Delta\Delta N = \Delta\Delta N_{fg}^k$  为双差模糊度;  $\Delta\Delta\Phi = \Delta\Delta\Phi_{fg}^k(t_i) - (\dot{\rho}_f^j)_0 + (\dot{\rho}_f^k)_0 + \rho_g^j - \rho_g^k$ ;

$\Delta\Delta\epsilon_{\Phi}$  包括双差载波相位观测值误差和线性展开误差。

若同时共视  $m$  颗卫星, 则可形成  $m-1$  个类似的(1)式, 联合写为:

$$L = BX + \Delta \quad (2)$$

式中,  $L = (\Delta\Delta\Phi_1, \dots, \Delta\Delta\Phi_{m-1})^T$ ,  $\Delta = (\Delta\Delta\epsilon_{\Phi_1}, \dots, \Delta\Delta\epsilon_{\Phi_{m-1}})^T$ ,

$$X = (x^T \Delta\Delta N_1, \dots, \Delta\Delta N_{m-1})^T,$$

$$B = \begin{bmatrix} A_1 & \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{m-1} & 0 & \dots & \lambda_{m-1} \end{bmatrix}$$

此时, 未知数个数为:  $3+m-1$ , 即 3 个低轨卫星轨道位置参数,  $m-1$  个模糊度参数。由于  $m-1 \leq 3+m-1$ , 即方程个数少于未知数个数, 因此, 一个历元解不出低轨卫星三维轨道位置参数, 必须连续几个历元锁定这  $m$  颗卫星。若连续锁定  $n$  个历元, 则可形成  $n \times (m-1)$  个双差观测方程, 未知数个数为  $3n + (m-1)$ , 为了得到确定解, 必须满足  $n(m-1) \geq (m-1) + 3n$ , 即  $n \geq \frac{m-1}{m-4}$ 。设有  $n$  个历元共视了这  $m$  颗卫星, 足以确定出这  $n$  个历元的三维轨道位置, 其双差观测值的权阵为  $P$ , 则由最小二乘法可解得:

$$X = N^{-1}U \quad (3)$$

式中,  $N = B^T P B$ ,  $U = B^T P L$ 。

单位权中误差估值为:

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{n(m-1) - (3n + m - 1)}} \quad (4)$$

式中,  $V$  为残差向量,  $V = BX - L$ 。

未知数中误差估值为:

$$\hat{\sigma}_{x_i} = \hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{ii}} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 3n + m - 1) \quad (5)$$

式中,  $Q_{ii}$  为  $N^{-1}$  中的第  $i$  个对角线元素。

### 3 载波相位模糊度解算方法

由于整周模糊度解算的前提条件是, 影响整周模糊度解算的各类误差必须消除到足够小<sup>[8]</sup>, 而载波相位相对定轨时, 低轨卫星与地面基准站的距离为几百至上千公里, 虽然星载 GPS 接收机与地面基准站接收机有些误差具有一定的相关性, 但由于星载 GPS 载波相位观测值中的各类误差很难消除到足够小, 例如多路径误差很难模型化, 以及星载 GPS 观测值经电离层延迟改正模型改正后的残差, 这些未能消除的误差破坏了整周模糊度的整数特性。为此, 我们采用 Sigma 方法尽可能解算整周模糊度<sup>[9]</sup>。其基本原理如下:

设模糊度参数的实数解为  $N$  及其中误差  $\sigma_N$ , 而且若  $\sigma_N < y$ , ( $y$  为门限值), 则  $\sigma_N = y$ 。如果满足以下条件, 则将模糊度参数归整到最近的整数:

(1) 区间  $(N - k\sigma_N, N + k\sigma_N)$  至少包含一个整数;

(2) 区间  $(N - l\sigma_N, N + l\sigma_N)$  至多包含一个整数。

其中,  $k, l, y$  为根据实际情况设定的值, 对每个实数模糊度进行判断, 直到没有更多的模糊度参数归整为止。如上所述, 未能消除的误差影响了模糊度的整数特性, 利用该方法求解整周模糊度, 实际上是直接用实数模糊度的估计精度建立搜索空间,  $\sigma_N$  大的模糊度满足不了上述条件, 则不将其归整到最近的整数, 解算为实数;  $\sigma_N$  小的模糊度在满足上述条件下则将其归整到最近的整数。后续的应用实例表明, 利用该方法将部分或全部模糊度参数解算为整周模糊度, 定轨精度明显比实数模糊度解精度高。

为了检验模糊度解算的准确程度, 我们在解算模糊度的过程中作如下检验:

(1) Ratio 值检验: 通过检验模糊度固定前后平差的  $\hat{\sigma}_1^2, \hat{\sigma}_2^2$  之商来判断即:

$$\hat{\sigma}_2^2 / \hat{\sigma}_1^2 \leq F_{\alpha}(m - n_2, m - n_1, 0)$$

其中,  $F_{\alpha}$  为一类错误的概率  $\alpha$  下的检验值,  $m$  为双差观测值个数,  $n_1$  为不包括已固定模糊度参数在内的未知参数个数,  $n_2$  为已固定模糊度参数的个数;

(2) 重复性检验: 若无周跳发生, 正确的模糊度在某一时段内应是相等或相差很小, 即具有重复性, 因此, 我们可利用上述方法将某一时段一分为二分别解算, 比较连续观测 GPS 卫星的模糊度来检验模

模糊解算的正确性；

(3)模糊度闭合差检验:如图 1,当星载 GPS 接收机( $f$ )同时与两个地面基准站 GPS 接收机( $g^1, g^2$ )进行相对定轨时,则有如下关系式:

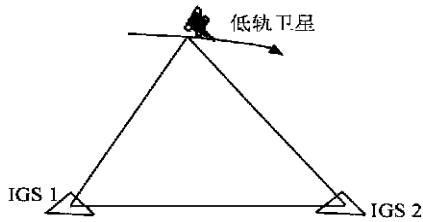


图 1 双基准站载波相位相对定轨示意图

Fig. 1 Relative orbit determination with carrier phase-based on dual datum station

$$\Delta\Delta N_{g^1, g^2} = \Delta\Delta N_{fg^1} - \Delta\Delta N_{fg^2} \quad (6)$$

式中,双差模糊度指向同样的卫星对,而两个地面站之间的双差模糊度 $\Delta\Delta N_{g^1g^2}$ 可以认为是已知的。当然,由于地面基准站与星载 GPS 接收机所受误差源消除的程度不一样,上式不一定完全相等,这时,我们可以设计一个门限值  $\epsilon$ ,建立如下模糊度闭合差检验判断条件,该检验条件可推广到多个地面基准站相对定轨情形:

$$|\Delta\Delta N_{g^1g^2} - (\Delta\Delta N_{fg^1} - \Delta\Delta N_{fg^2})| \leq \epsilon \quad (7)$$

## 4 实测数据分析

我们利用 1997-04-20 TOPEX/POSEIDON (T/P) 卫星上 GPS 接收机(GPS/DR)的 L1 载波相位观测值与 IGS 地面站进行相对定轨。T/P 星载 GPS 接收机相位采样率为  $1s$ ,地面站 GPS 接收机载波相位采样率为  $30s$ ,因此,形成双差后,历元间隔为  $30s$ 。T/P 卫星轨道高度为  $1336km$  左右,因此,T/P 星载 GPS 接收机的载波相位观测值中,对流层和电离层影响可忽略不计,仅顾及地面站对流层和电离层对载波相位观测值的影响,采用 Saastamoinen 对流层改正模型<sup>[7]</sup>,气象参数采用标准大气参数,以及 Bernese 软件中求得的电离层模型对地面站载波相位观测数据进行改正<sup>[9]</sup>,地面基准站的接收机天线相位中心的位置为已知,T/P 卫星的初始轨道位置可由直接法解或基于直接法的线性化迭代法得出<sup>[4]</sup>,GPS 卫星星历采用精密星历。基于上述方法,我们作如下分析:

### 4.1 模糊度参数为实数解和采用 Sigma 方法解相对定轨精度的比较

以台湾站为例,模糊度参数为实数解和采用 Sigma 方法解,部分历元相对定轨精度如表 1。其中采用 Sigma 方法解时,模糊度归整所对应的卫星为

表 1 模糊度参数为实数解和采用 Sigma 方法解部分历元相对定轨精度比较

Table 1 Comparison of accuracy of carrier phase relative orbit determination with Sigma method and real-value ambiguities

(m)

时元/s	Sigma 方法解整周模糊度				整周模糊度实数解			
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	RSS	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	RSS
5760.00	0.0213	0.0992	0.0928	0.1375	0.9986	3.8446	0.1882	3.9735
5790.00	0.0211	0.0986	0.0918	0.1364	1.0001	3.8104	0.1521	3.9426
5820.00	0.0210	0.0981	0.0907	0.1352	1.0019	3.7779	0.1218	3.9104
5850.00	0.0208	0.0976	0.0897	0.1342	1.0038	3.7470	0.1011	3.8804
5880.00	0.0206	0.0970	0.0888	0.1331	1.0060	3.7179	0.0954	3.8528
5910.00	0.0205	0.0966	0.0878	0.1321	1.0085	3.6905	0.1058	3.8273
5940.00	0.0203	0.0961	0.0869	0.1311	1.0112	3.6649	0.1275	3.8040
5970.00	0.0201	0.0956	0.0860	0.1302	1.0141	3.6411	0.1553	3.7829
6000.00	0.0199	0.0952	0.851	0.1292	1.0174	3.6192	0.1856	3.7641
6030.00	0.0198	0.0948	0.0843	0.1284	1.0210	3.5991	0.2171	3.7474
6060.00	0.0196	0.0944	0.0834	0.1275	1.0248	3.5810	0.2487	3.7330
6090.00	0.0194	0.0940	0.0826	0.1266	1.0290	3.5648	0.2801	3.7209
6120.00	0.0192	0.0937	0.0819	0.1259	1.0334	3.5505	0.3109	3.7109
6150.00	0.0190	0.0934	0.0811	0.1251	1.0382	3.5382	0.3411	3.7031
6180.00	0.0188	0.0930	0.0804	0.1244	1.0433	3.5280	0.3705	3.6976

SV22、SV23、RSS 为三维轨道位置误差。可见模糊度参数采用 Sigma 方法将部分模糊度解算为整数后, 相对定轨的精度明显提高, 三维轨道位置精度为分米级。

#### 4.2 载波相位相对定轨模糊度闭合差检验

我们以台湾站(TAIWAN)和上海站(SHAO)为

例, 对 01:36:00—01:47:30 这一时段内连续观测的 6 颗卫星的双差模糊度进行闭合差检验, 解算时均以 19 号卫星为双差观测值的参考卫星, 采用 Sigma 方法解, 其检验结果如表 2, 其中,  $N$  的下标表示卫星对。由表 2 可见, 在不同的动态基线中, 同一卫星对双差模糊度有的已解算为整数, 有的仍为实数解, 模糊度闭合差基本在 1—2 周范围内。

表 2 模糊度闭合差检验  
Table 2 Test of ambiguity closing error

(周)

动态基线 双差模糊度	TAIWAN-GPS/DR	SHAO-GPS/DR	TAIWAN <sup>1</sup> -SHAO	闭合差
$\Delta \Delta N_{22-19}$	29239089.19	27952269.72	1286818.00	1.47
$\Delta \Delta N_{31-19}$	32967087.00	27898538.00	5068547.21	1.79
$\Delta \Delta N_{29-19}$	32029074.00	27746106.00	4282967.00	1.00
$\Delta \Delta N_{18-19}$	16118671.00	15813044.00	305628.03	-1.03
$\Delta \Delta N_{3-19}$	38226220.00	35186776.18	3039445.52	-1.70

## 5 结论与讨论

本文从理论和实例分析两方面探讨了星载 GPS 载波相位相对定轨的方法。正确确定整周模糊度是获得高精度定位定轨的必要条件, 针对星载 GPS 的特点, 采用 Sigma 解算模糊度三维轨道位置精度可达分米级。

由表 2 的模糊度闭合差可见, 模糊度解算的精度有待于进一步提高。此外, 本文实测数据采用的是 1336km 高度的 T/P 卫星星载 GPS 数据, 可以认为不受电离层和对流层延迟影响, 同时由于其接收机质量好, 而且采用的是精密星历, 因此, 其定轨精度比较高。对于轨道高度为 600km 以下的低轨卫星, 这些方法完全适用, 但其定轨精度取决于星载 GPS 接收机质量及其电离层延迟改正模型的精度, 有待进一步研究。

值得一提的是, 由于低轨卫星相对于地面站以每秒数公里的速度运行, 星载 GPS 与地面站形成相对定轨的弧段有限, 但随着近几年人们对 GPS/GLONASS 组合导航定位系统的研究开发<sup>[10]</sup>, 如欧洲空间局即将发射的 GOCE(重力场和静态洋流探索)卫星, 将载有一台 GPS/GLONASS 接收机<sup>[11]</sup>, 星载 GPS 载波相位相对定轨的前景将越来越开阔。

## 参 考 文 献 (References)

- [1] Li Deren. GPS Application in Photography and Remote Sensing [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 1996. [李德仁. GPS 用于摄影测量与遥感[M]. 北京: 测绘出版社, 1996.]
- [2] George W. Davis. Exploring the Limits of GPS-based Precise Orbit Determination [J]. *Navigation*. 1997, **44**(2): 181—193.
- [3] Tapley B. D., et al. Precision Orbit Determination for TOPEX/POSEIDON [J]. *Journal of Geophysical Research*. 1994, **99**(C12): 24383—24403.
- [4] Hu Guorong. The Theory of GPS-based Orbit Determination for Low-earth Satellites [D]. Ph. D. Dissertation, Institute of Geodesy & Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 1999. [胡国荣. 星载 GPS 低轨卫星定轨理论研究[D]. 博士学位论文, 中国科学院测量与地球物理研究所, 1999.]
- [5] Zhou Zhongmo, Yi Jiejun. Theory and Application of GPS Surveying [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 1994. [周忠谟, 易杰军. GPS 卫星测量原理与应用[M]. 北京: 测绘出版社, 1994.]
- [6] Liu Jiyu, et al. Theory and Application on Global Positioning System [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 1993. [刘基余等. 全球定位系统原理及其应用[M]. 北京: 测绘出版社, 1993.]
- [7] On Jikun. Research on the Correction for the Neutral Atmospheric Delay in GPS Surveying [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 1998, **27**(1): 31—36. [欧吉坤. GPS 测量的中性大气折射改正的研究[J]. 测绘学报, 1998, **27**(1): 31—36.]
- [8] Han S. Carrier Phase-Based Long-range GPS Kinematics Positioning [D]. Ph. D. Dissertation, UNISURVS-49, School of Geomatic Engineering, The University of New South Wales, Sydney, Australia, 1997.

- [9] der Marel H. Van. The Bernese GPS Software V3.2-D[R]. Delft Geodetic Computing Center, 1992.
- [10] Gerald L. Cock. GLONASS Performance, 1995—1997, and GPS-GLONASS Interoperability Issues [J]. *Journal of The Institute of Navigation*, 1997, (3): 291—300.
- [11] Chen Junyong. Development of Space Geodesy [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 1999, (10): 7—9. [陈俊勇. 空间大地测量的进展[J]. 测绘通报, 1999, (10): 7—9.]

## Research on GPS-based Orbit Determination with Carrier Phase for Low-orbit Satellites

HU Guo-rong<sup>1</sup>, OU Ji-kun<sup>2</sup>, CUI Wei-hong<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>. Institute of Remote Sensing Applications, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China;

<sup>2</sup>. Institute of Geodesy & Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China)

**Abstract:** More and more GPS receivers are onboard low-orbit satellites for orbit determination, which can be applied to remote sensing, meteorology and sea surface altitude determination. The method of ambiguity resolution for relative orbit determination with carrier phase is proposed. Some criteria are developed to identify correct ambiguities. With the method, the accuracy of carrier phase-based relative orbit determination may attain the order of a few decimeter from the results calculated by using data collected from GPS/DR onboard TOPEX/POSEIDON.

**Key words:** GPS; relative orbit determination; sigma method; ambiguity