

文章编号: 1007-4619(2003)06-0472-06

# 基于不规则网络下网络流算法的相位解缠方法

于 勇, 王 超, 张 红, 刘 智, 高 鑫

(中国科学院 遥感应用研究所, 遥感信息科学开放实验室, 北京 100101)

**摘 要:** 相位解缠作为 SAR 干涉测量数据处理中的一个关键步骤, 受到越来越广泛的关注, 出现了各种各样的算法。但现有的相位解缠算法仍无法解决高噪声问题, 由此导致噪声区域的误差传递到其它区域, 产生全程误差, 从而影响相位解缠精度。针对这种情况, 我们根据网络优化原理, 提出了一种基于不规则网络下网络流算法的解缠方法, 以干涉相干作为评价相位质量的标准, 从含有大量噪声的干涉纹图中剔除低质量的相位, 只对高质量相位进行处理, 最终获取有用信息。该方法可以避免低质量区域的误差对高质量区域解缠的影响, 保证高质量区域的相位解缠, 从而获得较理想的解缠结果。

**关键词:** 相位解缠; 网络流算法; 不规则网络

**中图分类号:** P23 **文献标识码:** A

## 1 引 言

复 SAR 影像对经过精细配准、干涉处理后得到干涉纹图, 干涉纹图中的相位是真实相位的主值, 称之为缠绕相位。要得到真实相位值必须对每个相位值加上  $2\pi$  的整数倍, 将相位  $\phi \in [-\pi, \pi)$  由主值或相位差值恢复为真实值的过程统称为相位解缠 (phase unwrapping)。现有的相位解缠的算法一般基于假设: 缠绕相位的离散偏导数 (即邻近像元的相位差) 绝对值小于  $\pi$ , 通过这些离散的偏导数, 可以重建解缠相位。

如果相位数据没有噪声和伪信号, 那么相位解缠就非常简单: 首先提取出相位的偏导数, 然后沿垂直和水平方向积分, 就可以得到解缠结果。实际上, 由于噪声和伪信号往往造成相位数据的不连续。这些影响对 InSAR 数据来说是非常普遍的, 主要是雷达阴影、顶底位移、时间去相关和相位失真等因素引起的。在噪声和伪信号的影响下, 在某些点处, 上述的假设是不成立的, 这就导致了解缠相位的离散相位梯度估算值不能保持一致, 也就是说, 它们不能形成一个“无旋”的矢量场。

在处理实际数据的过程中, 往往会遇到噪声比较严重的情况。如何能够从质量较差的数据当中提

取有用的信息, 而忽略噪声对解缠过程的影响, 成为一个急待解决的问题。目前的相位解缠方法<sup>[1-7]</sup>主要有两大类: 路径跟踪法和最小范数法。但是对于上面所说的这个问题, 目前已有的这两类算法及其衍生算法都未很好地解决。虽然有的算法采用引入加权矩阵的方法, 降低数据质量较差的区域对解缠过程的影响, 但效果不够明显。

本文根据网络优化原理, 提出了基于不规则网络下网络流算法<sup>[9]</sup>的相位解缠方法, 较好地解决了以上问题。该算法将干涉相干作为评价相位质量的标准<sup>[8]</sup>, 除去数据质量差的相位。由于剩余的高质量数据是离散分布的, 无法构成传统的数据矩阵, 因此引入了 Delaunay 三角网<sup>[10, 11]</sup>。在高质量数据中建立一个 Delaunay 三角网, 在这个不规则网络中求得残差 (residue), 并应用网络流方法求解枝切线 (branch cut), 最后, 根据求得的枝切计算出绝对的解缠相位。

## 2 基本原理

该算法的主要思想是: 首先, 选取相干系数较高的相位, 作为高质量相位数据集合。由于这些相位点的位置都不确定, 无法构成一个规则网络, 所以需

收稿日期: 2002-03-25; 修订日期: 2002-05-23

基金项目: 本研究得到中国科学院知识创新工程 (KZCX1-311)、国家重点基础研究规划项目 (G199804703) 和国家 863 计划 (95-1B-03-03) 资助

作者简介: 于 勇 (1976—), 男, 1999 年毕业于西安交通大学计算机系, 获学士学位。现为中国科学院遥感应用研究所硕士生, 从事干涉雷达相位解缠研究。

要根据相位点的位置建立一个 Delaunay 三角网。第二,识别出该三角网中的残差点,应用网络流算法连接正负残差点对,建立枝切线。网络流算法将在下一节中详细介绍。第三,按照绕过枝切线或者穿过枝切线加减  $2n\pi$  的方法进行积分从而得到解缠相位结果。

如图 1 是一个三角网的示意图,其中,黑色结点代表提取出的高质量的相位,通过图中的实线将这些相位点连接成一个三角网。图中的白色结点代表残差点,每一个三角形都可以求得一个残差点的值,可以为 +1, 0 或 -1。我们需要将所有正负残差点对连接起来,并使总路径最短。

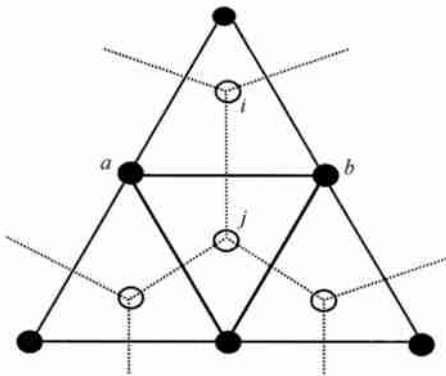


图 1 三角网示意图

Fig.1 Sketch map of triangulation network

图中的虚线也构成一个网络。该虚线网络中的每一个白色顶点都对应于 Delaunay 三角网中的一个三角形,该虚线网络中每一条虚边都仅与 Delaunay 三角网中的一条实边相交。

网络流算法可以根据虚线网络中白色结点的残差值计算出虚线上的流量。依据该流量,可以采用穿过枝切加减  $2n\pi$  的方法进行求解。如图 1 中,虚线表示流。当流  $x_{ij}=1$  时,像素  $b$  和像素  $a$  之间存在一个枝切。在沿着  $ba$  的方向进行积分时,应将所得的相位值加上  $-2x_{ij}\pi$ , 即  $-2\pi$ ; 同样,当沿着  $ab$  的方向进行积分时,应将所得到的相位值加上  $2x_{ij}\pi$ 。通过这种方法,就可以获得最终的解缠结果。

本质上,该算法属于路径跟踪法。与目前已有的路径跟踪法有所不同,该算法中只有质量较好的数据才存在于三角网中,所以消除了噪声对解缠过程的影响,这样,我们就可以从一幅噪声比较严重的干涉纹图中准确地提取出有用信息;另外,由于要在三角网中进行数据处理,所以选择了适应任意网络且效率比较高的网络流算法。

## 3 算法描述

### 3.1 Delaunay 三角网生成算法描述

三角网的生成算法可以分为三类:分治算法、逐点插入法、三角网生长法。在这三类算法中,三角网生长法在 80 年代中期以后的文献中已很少见,较多的是分治算法和逐点插入法。后两类算法又各有优缺点。逐点插入法实现方法比较简单,占用内存小,但运行速度慢;分治算法运行速度虽然比较快,但由于递归执行,需要较大的内存空间。由于相位解缠原始图像所占空间一般都比较大,所以应当尽可能的选择一个运行时占用内存小的算法,从这方面来说,逐点插入法比较符合我们的要求,因此选择了这种方法作为三角网生成算法。

其主要数据结构如下:对三角网中的三角形建立一个队列,用于记录所有生成的三角形。对于每一个三角形,都记录了该三角网的三个顶点、三个边以及与该三角形相邻的三个三角形。对边也建立一个队列,用于记录三角网中所有的边。对于每一条边,都记录了该边的两个端点、该边所属的三角形以及该边在三角形中是第几条边。

首先确定一个相干阈值,该阈值既要保证可以忽略低质量数据,又要保证能够留下足够的高质量数据以确保解缠的进行,例如可以选取  $1/3$  作为阈值。所有相干系数高于该阈值的相位都被加入到高质量相位点集合中。由于这个集合中的点是分散的,无法构成一个规则网络,因此通过该算法就可以在点集中生成 Delaunay 三角网,根据网络中各相位的值就能够计算出各个三角形对应的残差值,即图 1 所示虚线网络中白色结点的残差值。

### 3.2 网络流算法描述

本文所介绍的解缠算法中,最关键的部分是网络流算法。该算法是在图 1 所示虚线网络中进行运算,不论该网络中有多少个残差点,网络流算法都可以计算出虚线上的流量。如果不考虑流量的方向,那么流就退化为枝切。目前解决网络流问题的主要算法有原始一对偶算法、瑕疵算法、松弛算法和网络单纯形算法等,其中,松弛算法和网络单纯形算法是两个计算效率较高的算法。本节将以松弛算法为例,描述了网络流算法的实现。为叙述方便和清楚起见,首先引入一些基本概念。

给定一网络  $N=(V, A, C, U, D)$ ,  $V$  为其节点

集合(对应于残差点集合),通常用  $i$  或  $j$  来表示节点元素; $A$  为弧集合,  $(i, j)$  表示从节点  $i$  到节点  $j$  的一条弧; $C$  为弧上的权函数, 又称单位费用(对应于相干系数), 用  $c_{ij}$  表示弧  $(i, j)$  上的单位费用; $U$  为流量上界(流量下界假设为 0);  $D$  为节点上的供需量(对应于各节点的残差值, 如 1、0、-1),  $d_i$  表示节点  $i$  的供需量。在该网络中, 网络流算法可以计算出流  $x$ , 使得  $x$  满足如下条件:

$$\begin{aligned} \min C(x) &= \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} - s \cdot t \cdot \sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{j:(j,i) \in A} x_{ji} \\ &= d_i, \forall i \in V \end{aligned}$$

该网络  $N$  关于流  $x$  的残量网络定义为:  $N(x) = (V, A(x), C(x), U(x), D)$ , 其中  $V$  和  $D$  的定义不变,  $A(x)$ 、 $C(x)$  和  $U(x)$  定义如下:

$$A(x) = \{(i, j) \mid (i, j) \in A, x_{ij} < u_{ij}\} \cup \{(i, j) \mid (j, i) \in A, x_{ji} > 0\} \quad (1)$$

$$c_{ij}(x) = \begin{cases} c_{ij} & (i, j) \in A, x_{ij} < u_{ij} \\ -c_{ji} & (j, i) \in A, x_{ji} > 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$u_{ij}(x) = \begin{cases} u_{ij} - x_{ij} & (i, j) \in A, x_{ij} < u_{ij} \\ x_{ji} & (j, i) \in A, x_{ji} > 0 \end{cases} \quad (3)$$

另外, 定义  $B$  为节点上的势, 并定义

$$c_{ij}^B = c_{ij} - B_i + B_j \quad (4)$$

$$e(i) = d_i + \sum_{(j,i) \in A} x_{ji} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} \quad (5)$$

$e(i)$  称为节点  $i$  的不平衡数或盈亏, 当  $e(i) > 0$  时, 节点  $i$  为盈余节点, 反之为亏空节点。 $e(i)$  的初始值为节点  $i$  的供需量  $d_i$ 。当有流  $x$  流入或流出该节点时, 该节点的  $e(i)$  值会相应地增加或减少。网络流算法的目的就是通过构造一个总费用最小的流集合, 使得所有节点的  $e(i)$  值都变为 0。对应于解缠问题, 就是通过构造一些枝切, 将所有的正负残差点一一对应的连接起来。

算法在已知供需量  $d_i$  (对应于残差值) 和弧的单位费用  $c_{ij}$  (对应于相干系数) 的前提下, 可以计算得到最小费用流(对应于枝切线), 具体步骤如下:

(1) 出初始势和初始流:  $B=0, x=0$ ;

(2) 如果网络中不含有任何不平衡的节点, 则已经得到最小费用流  $x$ , 计算结束; 否则计算残量网络  $N(x)$ , 在  $N(x)$  中, 选择一个赢余节点  $s$ , 令  $S = \{s\}$ , 继续下一步;

(3) 计算  $e(S) = \sum_{i \in S} e(i)$  和  $r(B, S) = \sum_{(i,j) \in (S, \bar{S}), c_{ij}^B = 0} r_{ij}$ , 判断如果  $e(S) > r(B, S)$ , 则转至步骤(4); 否则在  $(S, \bar{S})$  中选取一条满足  $c_{ij}^B = 0$  的弧  $(i, j)$ 。若  $e(j) < 0$ , 则转(5); 否则令  $pred(j) = i$ ,

$S = S \cup \{j\}$ , 继续重复步骤(3);

(4) 首先沿  $(S, \bar{S})$  中所有满足  $c_{ij}^B = 0$  的弧  $(i, j)$  增广流量使之饱和, 然后将  $S$  中的每个节点上的势增加  $a = \min\{r_{ij} \mid (i, j) \in (S, \bar{S}), r_{ij} > 0\}$ , 转步骤(2);

(5) 根据  $pred$  中记录的节点, 可以确定从  $s$  到  $j$  的一条路  $P$ , 沿着路  $P$  增广流量  $\delta = \min\{e(s), -e(j), \min\{r_{ij} \mid (i, j) \in P\}\}$ , 转步骤(2)。

经过以上几个步骤, 就计算出含多个残差点的网络的最小费用流  $x$ , 根据流  $x$  可以直接得到枝切。根据枝切的位置, 在 Delaunay 三角网中对缠绕相位进行积分, 就可以得到高质量区域的解缠相位。如果需要求解整个图像的解缠结果, 只要再由高质量相位向噪声区域进行积分就可以得到结果。

## 4 实验结果

本节应用上述算法分别对模拟图像和实际图像进行解缠, 并与传统路径跟踪法得到的解缠结果进行比较。

### 4.1 模拟图像的相位解缠

首先, 应用传统路径跟踪法和本文所述方法分别对一个模拟区域进行相位解缠, 并对两种方法的解缠结果进行比较和定量分析。图 2(a) 是模拟的原始相位图, 对该图加入噪声并进行缠绕就得到图 2(b) 所示的模拟的缠绕相位图, 图中有 4 个圆形的噪声区域, 其中的噪声是随机产生的。图 2(c) 是与图 2(b) 相对应的相干系数图, 图中黑色部分表示相干系数较低(相干系数为 0), 是低质量区域; 反之, 白色部分表示相干系数较高(相干系数为 1), 是高质量区域。

选择 0 作为阈值, 此时所有的相位都被包含在三角网中, 没有除去任何低质量的数据, 该算法退化为传统的路径跟踪法。图 2(d) 是传统路径跟踪法解缠的结果, 由该图可以看出, 由于噪声的干扰, 导致解缠相位中存在大量不连续条纹。也就是说因为枝切在高质量数据中贯穿, 导致低质量数据所造成的误差也传递到高质量数据中。选择 0-1 间的任意数作为阈值(如 0.32), 提取出相干系数高于该值的相位, 即图 2(b) 中除噪声外的所有相位, 应用网络流算法对这些相位进行解缠, 就可以得到高质量区域的解缠结果(图 2(e)), 如果要求解全部区域的解缠结果, 只要由高质量区域向噪声区域进行积分就可以得到解缠相对图(图 2(f))。由图 2(e) 和图 2(f) 可见, 该算法摒除了噪声对解缠的影响, 消除了

传统的路径跟踪法所得结果的不连续条纹,得到了较令人满意的结果。表 1 列出了两种方法(传统路

径跟踪法和网络流算法)的解缠结果分别与原始相位图比较所得到的平均相对误差。

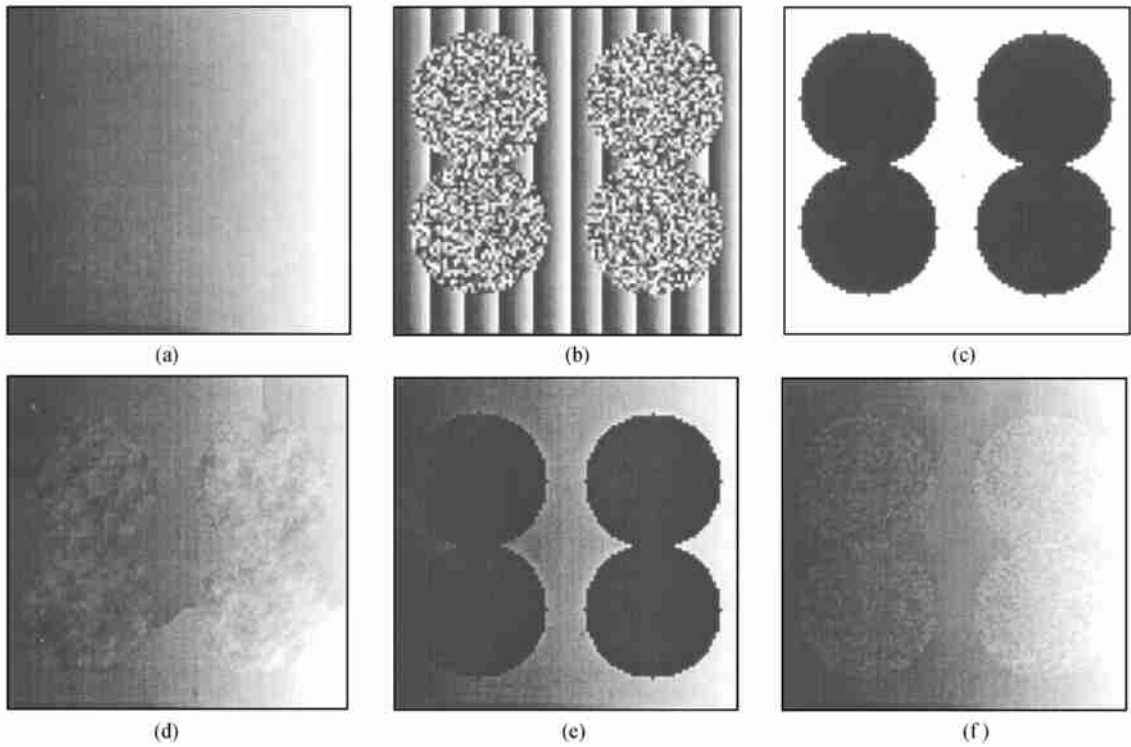


图 2 (a)原始相位图;(b)模拟缠绕相位图;(c)模拟相干系数图;(d)基于传统路径跟踪法的解缠相位图;(e)基于网络流算法的解缠相位图(高质量区域);(f)基于网络流算法的解缠相位图(全部区域)

Fig-2 (a)Image of original phases;(b)Simulation image of wrapped phases;(c)Simulation image of coherence (d)Unwrapped phases computed by traditional path-finding method (e) Unwrapped phases computed by network flow method in high-quality region;(e)Unwrapped phases computed by network flow method

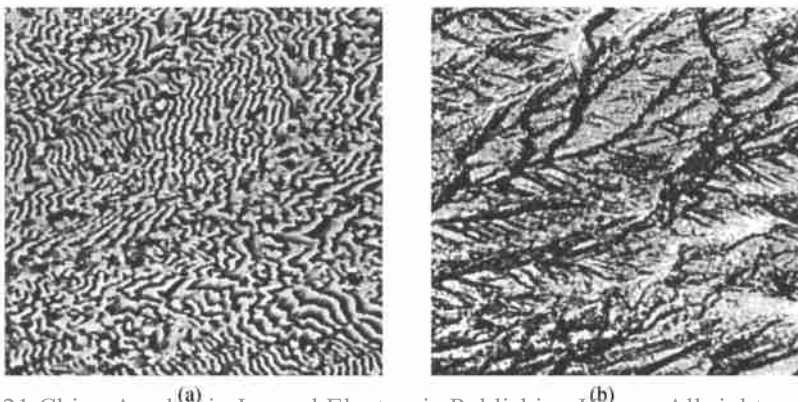
表 1 传统路径跟踪算法和基于网络流的算法的误差分析

Table 1 Error analysis of two phase unwrapping methods

| 相位解缠算法   | 相对误差<br>(高质量区域) | 相对误差<br>(全部区域) |
|----------|-----------------|----------------|
| 基于网络流的算法 | 0.00%           | 5.05%          |
| 传统路径跟踪算法 | 5.65%           | 11.90%         |

### 4.2 真实图像的相位解缠

下面采用真实的 InSAR 干涉纹图作为实验数据,分析该算法的特点。图 3(a)是由 ERS-1/2 SAR 串行(tandem)数据计算得到的张北地区缠绕相位区域图,该图共有  $500 \times 500$  个像元,图 3(b)是该区域的相干系数图。由图3(a)可以看出该区域的地形起伏



(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

图 3 (a)缠绕相位图;(b)相干系数图

Fig. 3 (a)Wrapped phase image;(b)Coherence image

伏比较大,而且相干较低(图 3(b)),数据质量较差。

当选择 0 作为阈值时,该算法退化为传统的路径跟踪法,相位解缠中计算得到的正残差点有 3441 个,负残差点有 3445 个,解缠结果如图 4(a)。当我们选择 0.32 作为阈值时,正残差点有 2263 个,负残差点有 2261 个,解缠的结果如图 4(b)。在图 4(b)

中,再由高质量区域向噪声区域进行积分就可以得到整个图像的解缠结果(图 4(c))。图 4(b)中的黑色条带是未进行处理的高质量数据,其他区域是经过解缠处理的高质量数据。将图 4(a)和图 4(b)中的白色边框所围区域分别放大,可以得到图 4(d)和图 4(e)。

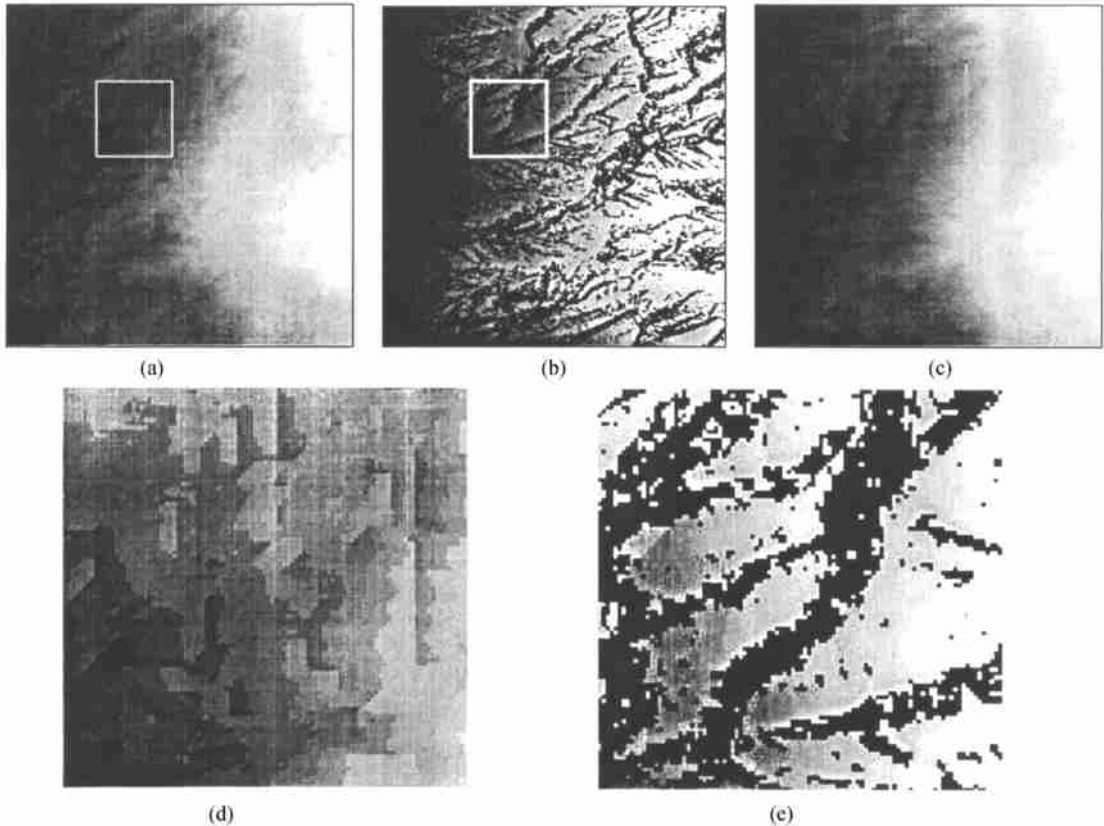


图 4 (a)阈值为 0 的解缠相位图;(b)阈值为 0.32 的解缠相位图(高质量区域);(c)阈值为 0.32 的解缠相位图(全部区域);  
(d)图 4(a)的区域放大图;(e)图 4(b)的区域放大图

Fig. 4 (a)Unwrapped phase image(threshold=0); (b)Unwrapped phase image(threshold=0.32)in high-quality region; (c)Unwrapped phase image(threshold=0.32)in whole region; (d)The enlarged image of Fig. 4(a); (e)The enlarged image of Fig. 4(b)

从图 4(d)可以看出,由于噪声的干扰,导致枝切在高质量数据中贯穿,使得误差也传递到高质量数据中,从而出现了许多不连续条纹。而在图 4(e)中,解缠结果得到了改善,不连续条纹大大减少。也就是说,由于忽略了低质量的数据,减少了他们对高质量数据的影响,使得我们可以从一幅高噪声的图像中提取出我们需要的信息。

图 5(a)是传统路径跟踪法计算得到的 branch-cut 图;图 5(b)是网络流算法计算出的 branch-cut 图。在两幅图中较粗的线就是枝切,细线构成的网络就是 Delaunay 三角网。图 5(b)中部分区域三角形比较稀疏,就是因为该区域的相干系数低,因此被选入高质量相位集合的点比较少,所以构成了大而

稀疏的三角形。同样可以看到,在图 5(b)中,枝切线主要是在低质量区域中,这样就避免了枝切对高质量区域解缠的影响。

## 5 结 论

在相位解缠过程中,去除噪声对高质量区域的影响是一个非常棘手的问题,现有的相位解缠算法大多不能很好地解决这个问题。而本文所述的解缠方法首先引入了 Delaunay 三角网;其次应用网络流算法对不规则网络进行相位解缠,最终获得了较好的解缠结果。

通过模拟数据和实际数据的检验可以看出,该算法可以忽略含有大量噪声的区域,而直接处理数

据质量好的区域,避免了解缠过程中噪声区域的误

差对高质量区域的影响,提高了解缠结果的准确性。

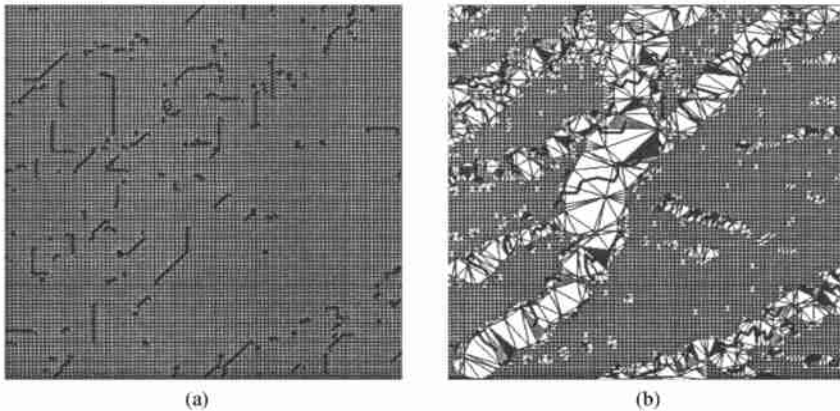


图5 (a)阈值为0的branch-cut图;(b)阈值为0.32的branch-cut图

Fig.5 Branch-cut distribution of Fig.3 (a) with different thresholds; (a) threshold=0; (b) threshold=0.32

## 参考文献 (References)

- [1] R. M. Goldstein, H. A. Zebker, C. L. Werner, Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping[J]. *Radio Science*, 1988, 23(4): 713-720.
- [2] D. G. Ghiglia, L. A. Romero, Minimum  $L^p$ -norm two dimensional phase unwrapping[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1996, 13(10): 1999-2013.
- [3] M. Costantini, A phase unwrapping method based on network programming[C]. *Proc. Fring '96 Workshop ERS SAR Interferometry*, Zurich, Switzerland, 1996; 261-272.
- [4] M. Costantini, A novel phase unwrapping method based on network programming[J]. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 1998, 36: 813-831.
- [5] M. Costantini, Paul A. Rosen, A Generalized Phase Unwrapping Approach for Sparse Data[C]. *Proc. of IGARSS '99.*, 1999.
- [6] M. Costantini, Antonio Iodice, Luca Magnapane, Luca Pietranera, Monitoring Terrain Movements by Means of Sparse SAR Differential Interferometric Measurements[C]. *Proc. of IGARSS '2000.*
- [7] M. Eineder, M. Hubig, B. Milcke, Unwrapping Large Interferograms Using the Minimum Cost Flow Algorithm[C]. *Proc of IGARSS '98.*
- [8] A. Refice, G. Satalino, S. Stramaglia, M. T. Chiaradia, N. Veziani, Weights Determination for Minimum Cost Flow InSAR Phase Unwrapping[J]. *Proc. of IGARSS '99*, 1999, 2: 1342-1344.
- [9] Xie J X, Xing W X. Network Optimization [M]. Beijing: Publishing House of Tsinghua University. [谢金星, 邢文讯. 网络优化[M]. 北京:清华大学出版社, 2000.]
- [10] Yang X, Xu Y A, Chen Q M, Tan J R, Triangulation Algorithm of Scattered Data on Arbitrary Planar Domain[J]. *Journal of Software*. 1998, 9(4): 241-245. [杨钦, 徐永安, 陈其明, 谭建荣. 任意平面上离散点集的三角化方法[J]. 软件学报, 1998, 9(4): 241-245.]
- [11] Wu X B, Wang S X, Xiao C S, An Algorithm for Generating Delaunay Triangulation [J]. *ACTA GEODAETICA et CARTOGRAPHICA SINICA*, 1999, 28(1): 28-35. [武晓波, 王世新, 肖春生. Delaunay 三角网的生成算法研究[J]. 测绘学报, 1999, 28(1): 28-35.]

## A Phase Unwrapping Method Based on Network Flow Algorithm in Irregular Network

YU Yong, WANG Chao, ZHANG Hong, LIU Zhi, GAO Xin

(The Laboratory of Remote Sensing Information Sciences, the Institute of Remote Sensing Application, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China)

**Abstract:** As the key step of InSAR data processing, many phase unwrapping algorithms were introduced. But these algorithms had difficulties with high noisy interferogram. This paper introduced a new method based on network flow algorithm in irregular network, out of regard for high interferometric coherence and neglecting low coherence data area. First, a new phase data set with high-quality data is created. Delaunay triangulation network can be derived according to the positions of the high-quality phases in the image and the residue of each triangulation in the network is calculated. According to the positions of the residues in the irregular network the flows are computed by the network flow algorithm, we can integrate along the flows and derive the unwrapped phases. Finally, we compare the unwrapped phase image computed by network flow method with the image by traditional path finding method. From the comparison, we can conclude that the network flow method can increase the accuracy of the phase unwrapping and decrease the error occurred noise.

**Key words:** phase unwrapping; network flow algorithm; irregular network