

文章编号:1007-4619(2004)02-128-09

基于 FFT 的快速 SAR 分布目标回波模拟算法

黄立胜,王贞松,郑天垚

(中国科学院计算技术研究所,北京 100080)

摘要: 大面积分布目标的合成孔径雷达(SAR)回波模拟需要大量的运算,文中提出了一种合成孔径雷达回波模拟的快速算法,算法利用时域插值和 FFT 来缩减运算量,对于大面积目标回波模拟时,该算法有很高的效率。文中详细分析 sinc 函数插值所带来的误差以及补偿方法,并在次基础上提出了一种利用增采样插值方法,该方法以增加少量运算为代价,使得模拟精度的大幅度提高。文中比较了传统方法和基于 FFT 的快速 SAR 分布目标回波模拟算法的模拟结果,证明了这种快速算法确实行之有效。

关键词: 合成孔径雷达;模拟;回波;快速算法

中图分类号: TP727.6 **文献标识码:** A

1 引 言

星载合成孔径雷达(SAR)在灾害监视、环境监测、资源勘探,特别是军事领域有着重要作用^[1,2]。在设计一个用于军事侦察的星载 SAR 系统时,首先需要考虑成像时图像指标。为了确保所设计的星载 SAR 系统能够满足各种用户的具体要求,必须在星载 SAR 系统研制前进行分布目标的回波模拟和成像,并且评估图像指标是否满足要求。在星载 SAR 实时成像系统研制和地面处理的研究过程中,也需要大量的模拟回波数据。

SAR 的成像机理与可见光成像机理的不同,使得 SAR 图像与光学照片有较大差别。军事侦察领域中,图像判读人员需要预先长时间的训练,才能从 SAR 图像中解析出值得注意的目标。因此需要预先提供大量各种背景和视角下,不同目标的 SAR 图像。而某些目标的真实回波信号是难以事先获取的,星载合成孔径雷达的军事目标模拟图像恰恰满足了这一需求,为图像判读人员的培训提供了一种有效的工具。同时,模拟图像还可以用于自动目标识别。

SAR 分布目标模拟具有花费小,收益大,可用于多种目的等优点。随着 SAR 技术的不断发展,模拟

工作必然走向大型化、精密化,导致运算量的海量增长,成为阻碍模拟工作进一步发展的障碍。本文提出一种基于 FFT 的快速 SAR 面目标回波模拟算法,它极大地提高了模拟的效率,为大规模回波模拟工作提供了重要的手段。

2 SAR 回波模拟计算

在信号空间里,SAR 信号经过解调后,假定 $a(\cdot)$ 为天线加权, $s(\cdot)$ 为发射信号的包络, K 是根据脉冲信号带宽和脉冲持续时间求得的线性调频率, $\sigma(\cdot)$ 是点目标的后向散射系数,合成孔径雷达的点目标扩散响应可写成为^[3,4]:

$$\begin{aligned} & p(\tau; (x, y, z), (x', y', z')) \\ &= a((x, y, z), (x', y', z')) \sigma(x', y', z') \\ & \cdot s\left(\tau - \frac{2R((x, y, z), (x', y', z'))}{c}\right) \\ & \cdot \exp\left\{-j\pi K\left(\tau - \frac{2R((x, y, z), (x', y', z'))}{c}\right)^2\right\} \\ & \cdot \exp\left\{-j\frac{4\pi R((x, y, z), (x', y', z'))}{\lambda}\right\} \quad (1) \end{aligned}$$

其中 (x, y, z) 是 SAR 天线相位中心(Antenna Phase Center, APC)的坐标, (x', y', z') 是点目标的坐标, τ 是距离向延迟, c 是光速, λ 是波长。 $R((x, y, z), (x', y', z'))$ 为 SAR 天线相位中心与点目标之间距

收稿日期: 2002-10-15; 修订日期: 2003-12-23

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(编号: NFNS 69896250-2)资助。

作者简介: 黄立胜(1971—),男,1995年7月毕业于北方交通大学通信与控制工程系。现在中国科学院计算所系统结构室工作,主要从事合成孔径雷达成像信号处理、合成孔径雷达成像系统模拟方面的研究,已发表论文6篇。

离,计算方法如下:

$$R((x, y, z), (x', y', z')) = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad (2)$$

在实际过程中,大量被观测目标都是具有一定体积和形状分布的目标,例如飞机或者舰船等。理论上,这些分布目标的合成孔径雷达后向散射回波应该通过 Maxwell 方程组以及目标的边界条件计算求解。然而对于外形庞大、复杂,各部分材质完全不同的目标是不可解的。在工程上,将整个军事目标的雷达散射面划分成若干小单元,每个单元可看成是一个具有固定 RCS 的点目标,然后分别计算其散射系数和回波,并根据现有的结果和资料进行一定修正和计算^[5]。然后叠加起来,得到分布目标的回波:

$$d(\tau; (x, y, z)) = \iiint p(\tau; (x, y, z), (x', y', z')) dx' dy' dz' \quad (3)$$

分布目标可以分解成为无数个点目标,而计算无限个点目标的回波是不可能的,根据文献^[5],一个分辨单元内只需要模拟几个点目标,其回波叠加结果与实际结果相差无几。若分布目标总共分解成 L 个点目标,回波的表达式又可写成:

$$d(\tau; (x, y, z)) = \sum_{j=1}^L p(\tau; (x, y, z), (x'_j, y'_j, z'_j)) \quad (4)$$

其中 $d(\tau; (x, y, z))$ 为分布目标回波, $p(\tau; (x, y, z), (x'_j, y'_j, z'_j))$ 为点目标回波。(4)式是计算分布目标回波的基本方法,即分别计算由分布目标分解成的每一个点目标的回波,然后叠加起来,得到总的目标回波。当分布目标分解成的点目标数越多,叠加后的回波就越接近实际值。计算分布目标回波的总计算量见下式:

$$C_{\text{total}} = LC_p = LT_w F_s C_c \quad (5)$$

C_{total} 是总的计算量, C_p 是一个点目标的计算量, T_w 是发射信号时间宽度, F_s 是采样频率, C_c 是一次复数构成并相加的计算量。由(5)式可见,虽然增加分解的点目标数目越多,结果就越精密,但随之而来的计算量与分解出的点目标数量呈正比例增加,导致大面积的分布目标回波模拟花费大量时间。

以中国设计的星载 L-SAR 为例,其发射信号时间宽度为 $T_w = 33\mu\text{s}$, 带宽为 $B_w = 60\text{MHz}$, 采样频率为 $F_s = 66\text{MHz}$ 时,回波的采样点数为 $T_w F_s = 2178$, 若方位向的波束宽度为 4000 个方位采样点,在 Acer 的 P III 1GHz CPU 的计算机上,计算一个点目标大约

需要 7.2s, 假定一个分布目标分解成 6000 个点目标,则大约需要 12.0 小时的计算时间。这是因为在 SAR 发射信号回波的时间宽度内,采样点数会多达几千点,每个采样点都要分别计算回波和叠加。

3 利用傅里叶变换计算 SAR 回波

脉冲信号发射到从目标反射回来的过程是一个物理可实现系统。这个系统的输出,即目标回波,就是 SAR 发射信号同一个具有一定幅度、相位、延迟的系统冲激响应函数相卷积的结果。因而可以考虑用傅里叶变换来计算 SAR 的回波。(1)式点目标回波可以变成如下形式^[6,7]:

$$p(\tau; (x, y, z), (x', y', z')) = \{s(\tau)\exp(-j\pi K\tau^2)\} * g(\tau; (x, y, z), (x', y', z')) \quad (6)$$

其中:

$$g(\tau; (x, y, z), (x', y', z')) = a[(x, y, z), (x', y', z')] \sigma(x', y', z') \cdot \exp\left\{-j\frac{4\pi}{\lambda}R((x, y, z), (x', y', z'))\right\} \cdot \delta\left(\tau - \frac{2}{c}R((x, y, z), (x', y', z'))\right) \quad (7)$$

因此,(4)式分布目标回波可以变成:

$$d(\tau; (x, y, z)) = \{s(\tau)\exp(-j\pi K\tau^2)\} * \sum_{j=1}^L g(\tau; (x, y, z), (x'_j, y'_j, z'_j)) \quad (8)$$

对于任意一个特定的坐标 (x, y, z) , 结合(2)式中 SAR 天线相位中心与点目标之间距离 R 的计算方法,(8)式的第二项叠加的结果相当于一个以 R 为变量的一维函数,即:

$$f(R) = \sum_{j=1}^L g(\tau; (x, y, z), (x'_j, y'_j, z'_j)) = \sum_{j=1}^L g_j(R) \quad (9)$$

令 $\tau = \frac{2}{c}R((x, y, z), (x', y', z'))$, 代入(8)式得出

$$d(\tau) = \{s(\tau)\exp(-j\pi K\tau^2)\} * f(\tau) \quad (10)$$

令

$$\left. \begin{aligned} d(\tau) &\xrightarrow{f} D(\omega) \\ s(\tau)\exp(-j\pi K\tau^2) &\xrightarrow{f} S(\omega) \\ f(\tau) &\xrightarrow{f} F(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将(10)式时域卷积转化为频域相乘,得出

$$D(\omega) = S(\omega)F(\omega) \quad (12)$$

通过(12)式计算出 $D(\omega)$ 后再进行反傅里叶变换,即可方便得到 $d(\tau)$ 。

4 基于 FFT 的快速模拟算法

SAR 是一个离散系统,假定发射信号 $s(\tau) \times \exp(-j\pi K\tau^2)$ 离散化后为 $s(n)$, $f(\tau)$ 离散化后是 $f(n)$,模拟结果是 $d(n)$,离散傅里叶变换为:

$$\left. \begin{aligned} S(k) &= \text{DFT}(s(n)) \\ F(k) &= \text{DFT}(f(n)) \\ D(k) &= \text{DFT}(d(n)) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

根据(12)式,有

$$D(k) = S(k)F(k) \quad (14)$$

对 $D(k)$ 进行反傅里叶变换,即可得到 $d(n)$ 。上述的 DFT 运算都可以用 FFT 来计算,计算量可以大幅度地缩减。

由于进行了离散化,所以对任意一个表达式为 $\delta\left(\tau - \frac{2}{c}R((x, y, z), (x', y', z'))\right)$ 的点目标,其位置通常并不总是恰好在采样点上,因为 SAR 是一个带宽有限的系统,其带宽小于采样频率,需要考虑用插值的办法来表示冲激信号。冲激 $\delta(t_0)$ 经过一个理想低通滤波器 $H(j\omega)$ 后,其响应是一个 sinc 函数^[8],

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & -\omega_c < \omega < \omega_c \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

$$h(t) = \frac{\omega_c T \sin(\omega_c(t - t_0))}{\pi \omega_c(t - t_0)} \quad (16)$$

其中 $\omega_c = \omega_s/2$, ω_s 是采样角频率,从而满足采样定律的要求。 T 是采样周期, $t_0 = \frac{2}{c}R((x, y, z), (x', y', z'))$ 。(16)式写成离散形式为:

$$h(n) = \frac{\sin(\pi(n - d))}{\pi(n - d)} \quad (17)$$

其中 $n = t/T$, $d = t_0/T$ 。

假定 $g(\tau)$ 经过理想低通滤波器并离散化后的信号是 $g(n)$,则:

$$\begin{aligned} &g(n; (x, y, z), (x', y', z')) \\ &= a[(x, y, z), (x', y', z')] \sigma(x', y', z') \\ &\quad \cdot \exp\left\{-j \frac{4\pi}{\lambda} R((x, y, z), (x', y', z'))\right\} \\ &\quad \cdot \frac{\sin(\pi(n - d))}{\pi(n - d)} \end{aligned} \quad (18)$$

上式中, $d = \frac{2}{cT}R((x, y, z), (x', y', z'))$,

$$f(n) = \sum_{j=1}^L g_j(n) \quad (19)$$

算法流程如图 1 所示。

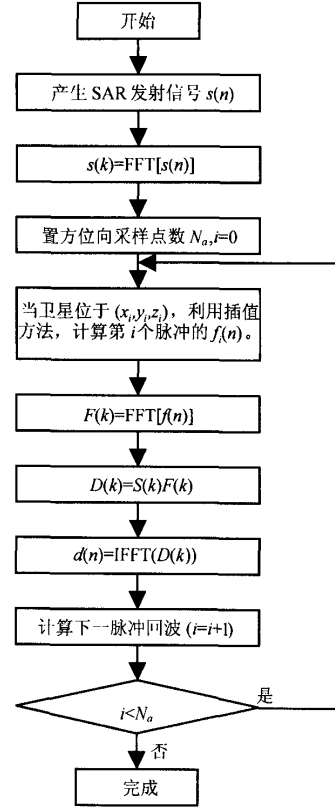


图 1 基于 FFT 的 SAR 回波模拟算法流程图

Fig.1 The chart of the fast algorithm

5 误差和计算量分析

sinc 函数是一个无限长序列,必须对其进行截断和加窗,原因有三:(1)数字信号处理必须是有限长度的序列;(2)插值的点数越多,运算量就越大,过大的运算量将使算法失去意义;(3)sinc 函数的能量主要集中在主瓣附近,取有限长度的 sinc 函数插值就能包含绝大部分的能量。当然利用有限点数的 sinc 函数插值能够减少运算量的同时,还是给模拟带来了一定误差。误差相当于在没有插值的点上附加了一个幅度相等、相位差为 π 的噪声,插值点数为 $M(M/2 \in N)$ 时有:

$$e(n) = \text{sinc}(\pi(n - d))(1 - \text{Rect}(n - d)) \quad (20)$$

$$\text{Rect}(n) = \begin{cases} 1 & -M/2 \leq n \leq M/2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (21)$$

定义插值误差信号的能量函数为:

$$E_e(d, M) = 1 - \sum_{n=-M/2+\text{floor}(d)+1}^{M/2+\text{floor}(d)} |\text{sinc}(\pi(n-d))|^2 \quad (22)$$

其中, floor(d) 是比 d 小于等于 d 并且最靠近 d 的整数。 $E_e(d)$ 有如下性质:

- (1) $E_e(d, M) = E_e(d+k, M)$, $k \in Z$
- (2) $E_e(d, M) \geq 0$, $E_e(0, M) = 0$
- (3) $E_e(d, M) > E_e(d, M')$, if $M < M'$
- (4) $\lim_{M \rightarrow \infty} E_e(d, M) = 0$
- (5) $E_e(d, M) = E_e(1-d, M)$
- (6) $E_e(d, M) < E_e(d', M)$, if $0 \leq d < d' \leq$

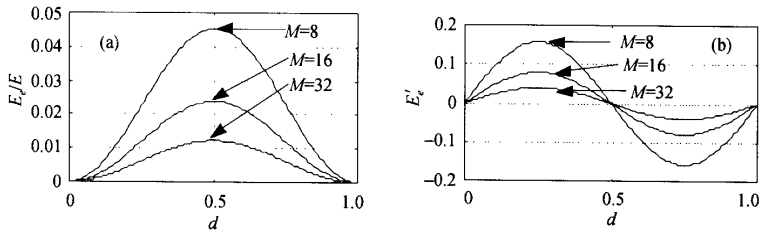


图 2 M, d 和 E_e 的关系

Fig.2 The relationship of M, d and E_e

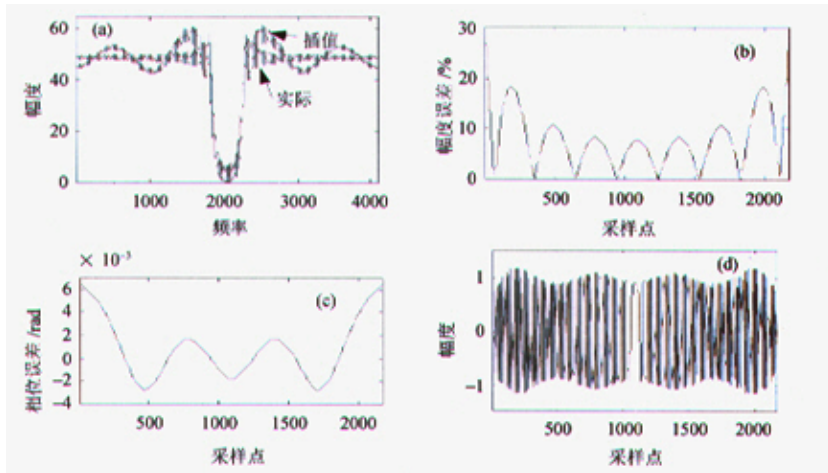


图 3 8 点插值生成的信号

(a) 频域幅度误差; (b) 时域幅度误差; (c) 时域相位误差; (d) 插值模拟信号结果实部

Fig.3 The signal generated using 8 points interpolation

(a) Error of amplitude in spectrum; (b) Error of amplitude in time-domain; (c) Phase error in time-domain; (d) Real part of simulated signal Using interpolation

0.5

显然,对 sinc 函数加的窗时间宽度越大,插值点数越多,产生的误差就越小,但是基于 FFT 的快速模拟算法的计算量 C_{total2} 就会越大。

$$C_{\text{total2}} = LC_{pl} + (2N_a + 1)C_{\text{fft}} = LMC_c + (2N_a + 1)C_{\text{fft}} \quad (23)$$

C_{pl} 是一次点目标 sinc 函数插值的计算量, C_{fft} 是一次 N_f 点 FFT 的计算量。普通的模拟算法和基于 FFT 的快速模拟算法的计算量之比 η 是:

$$\eta = \frac{C_{\text{total1}}}{C_{\text{total2}}} = \frac{LT_w F_s C_c}{LMC_c + (2N_a + 1)C_{\text{fft}}} \quad (24)$$

当模拟的点目标数很多时有:

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \eta = \frac{T_w F_s}{M} \quad (25)$$

仍以 L-SAR 为例,取 $M = 8$ 时, $\eta = 2178/8 = 272.25$,同样的机器上,运算时间大约为, $16.7/272.25 = 0.0613$ 小时,大约 4 分钟,可见基于 FFT 的快速模拟算法的效率是非常高的。

同时,基于 FFT 的快速模拟算法的高效率是以

带来误差为代价的,下面以仿真的方法来研究误差产生影响。考虑最坏的情况, $\delta\left(\tau - \frac{2}{c}R((x, y, z), (x', y', z'))\right)$ 恰好处在两个采样点的中间, $d = 0.5, M = 8$ 和 $M = 32$ 的仿真结果如图 3—4 所示。

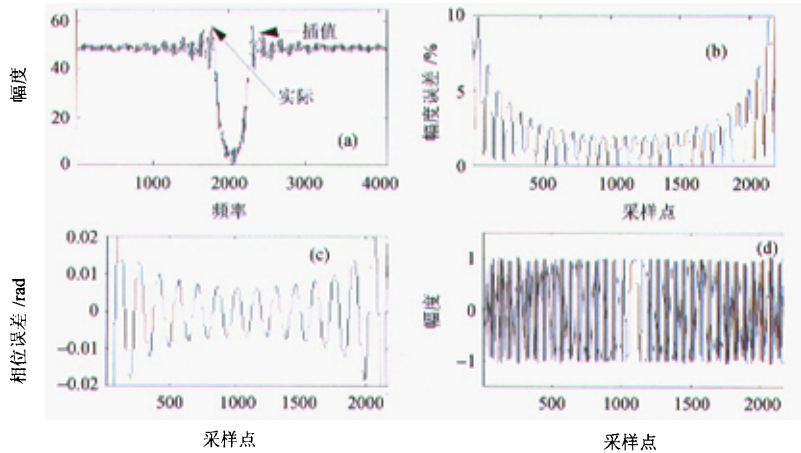


图 4 利用 32 点插值和 FFT 生成的信号和实际信号的误差
(a) 频域幅度误差;(b)时域幅度误差;(c) 时域相位误差;(d) 插值模拟信号结果实部

Fig.4 The signal generated using 32 points interpolation

(a) Error of amplitude in spectrum;(b) Error of amplitude in time-domain;(c) Phase error in time-domain;(d) Real part of simulated signal

由图 3、4 可以看出,利用 sinc 插值和 FFT 变换生成的模拟回波信号,其频域幅度(a)有一定的起伏,对应(b)、(d)时域幅度也有相应的起伏,这是因为线性调频信号的时间和频率有一定关系。起伏的幅度随着插值点数 M 的增加而减少,这是因为 M 增加,误差信号的能量 E_e 减少的缘故。时域相位误差基本上在 10^{-2} rad 数量级,可以满足回波信号模拟的需要。

6 改进的基于 FFT 快速模拟算法

从上面的模拟结果可以看出,当插值点数比较少的时候,模拟计算的信号与实际信号相比,幅度有较大的误差,增加插值点数,幅度误差减少,但是增加插值点数会导致计算量线性增加,因此,需要考虑一个变通的方法。有两种补偿的方法:

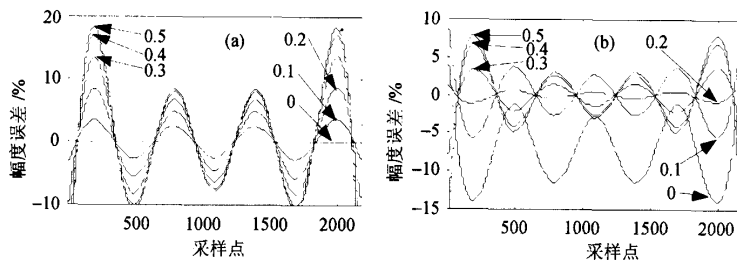


图 5 8 点插值时的时域幅度误差曲线

(a) 补偿前;(b) 补偿后

Fig.5 The Error using 8 points interpolation in time-domain

(a) Error before compensating;(b) Error after compensating

方法 1:图 5(a)分别是 $d = [0, 0.5]$ 8 点插值时的时域幅度误差,其中, $d = 0.1$ 与 $d' = 1 - d$ 相同, d' 不再绘出。注意到,不同的 d 下,时域幅度误差曲线变化规律完全一样,只是幅度误差不同,幅度误差从 $d = 0$ 到 $d = 0.5$ 连续单调增加,到 $d = 0.5$ 达到最大。因此,可以考虑预先改变发射信号 $s(n)$ 或 $S(k)$ 幅度,对模拟结果进行预补偿,使得平均能量误差最少化。图 5(b)是按 $d = 0.22$ 时的幅度误差曲线对发射信号 $S(k)$ 进行补偿后得到的幅度误差曲线,补偿后平均能量误差减少了,但是 $d = 0$ 点的模拟就不是精确的。这种方法的优点是无需增加计算量,缺点是难以进一步改进模拟精度。

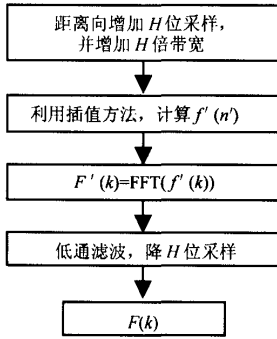


图 6 增采样插值流程

Fig. 6 The chart of interpolation using upsampling

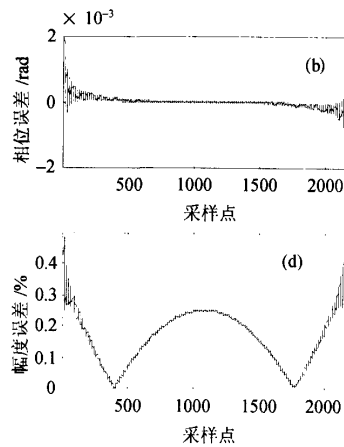
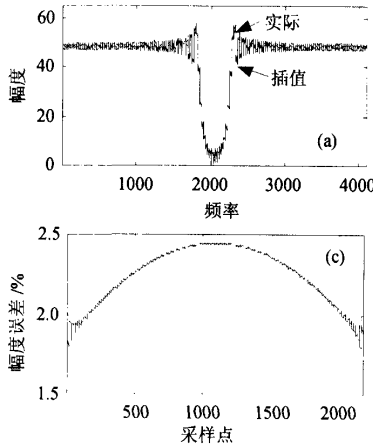


图 7 增 16 倍采样 8 点插值结果

(a) 频域幅度; (b) 时域相位误差; (c) 补偿前的时域幅度误差; (d) 补偿后的时域幅度误差

Fig. 7 The result under 16 times upsampling and 8 points interpolation

(a) Amplitude in spectrum; (b) Phase Error in time-domain; (c) Amplitude Error before compensating in time-domain; (d) Amplitude Error after compensating in time-domain

方法 2:由插值误差函数的性质可以知道,插值点距离采样点越远,插值误差越大,在 $d = 0.5$ 时达到最大,因此,可以考虑在插值时增加采样率,以减少插值点到采样点的距离,具体步骤如图 6 所示。

距离向增加 H 倍采样,并增加 H 倍带宽,插值计算 $f'(n')$,公式仍为(17)式, $d' = Hd$ 。对 $f'(n')$ 进行 FFT 后抽取低频部分

$$F(k) = F'(k) \quad k = -\frac{N_a}{2} + 1, \dots, \frac{N_a}{2} \quad (26)$$

图 7 是增 16 倍采样 8 点插值结果, $d = 0.5/16$, $d' = 0.5$,幅度和相位误差都较直接插值小。注意到,有限点 sinc 函数插值得到的模拟信号的能量要比实际信号小,这是对 sinc 函数截断导致能量丢失引起的。可以对 sinc 函数乘以一个补偿因子:

$$\lambda_M(d') = \frac{1}{\sqrt{1 - E_e(d', M)}} \quad (27)$$

$\lambda_M(d')$ 可以预先计算得到,补偿后的插值函数为:

$$h(n') = \lambda_M(d') \frac{\sin(\pi(n' - d'))}{\pi(n' - d')} \quad (28)$$

图 7(c)、(d)是补偿前、后的信号时域幅度比较。

7 模拟结果

为了验证算法的正确性,本文针对 SAR 正侧视情况进行计算机仿真。仿真参数如表 1 所示。

表 1

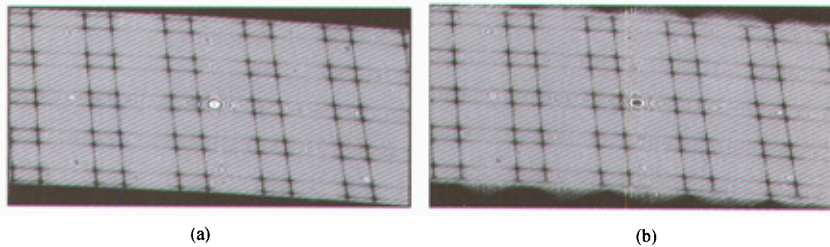
Table 1

发射信号波长 λ/m	0.24(L 波段)	发射信号时宽 $T_w/\mu s$	33
发射信号带宽 B/MHz	60	天线直径 D/m	10
回波信号采样率 f_s/MHz	66	载机速度 $V/(m/s)$	7450
测绘带近距离斜距 R_0/m	400000	距离向采样间隔 δ_r/m	4.14
重复频率 PRF/Hz	1800	方位向采样间隔 δ_a/m	2.25

7.1 快速算法的精确度

图 8 是 3×3 点阵目标模拟回波结果。两幅回波干涉图基本上是一样的,成像结果几乎看不出差别。定义模拟误差为:

$$E_e = 10 \log_{10} \left[\frac{\sum_{n=0}^{N_r} \sum_{m=0}^{N_a} |s(m, n) - s_0(m, n)|^2}{\sum_{n=0}^{N_r} \sum_{m=0}^{N_a} |s_0(m, n)|^2} \right] \quad (29)$$

图 8 3×3 点阵目标模拟回波

(a) 普通算法模拟的回波;(b) 快速算法模拟的回波

Fig. 8 Simulating returns of 3×3 points array

(a) Using traditional Algorithm;(b) Using Fast Algorithm based on FFT

计算可以得到图 8 所示模拟结果 $E_e = -270\text{dB}$, 远远低于 SAR 系统噪声要求。图 9 是小鹰号航母的模拟成像结果。

7.2 快速算法的效率

为了测试基于 FFT 的快速模拟算法的效率,输入

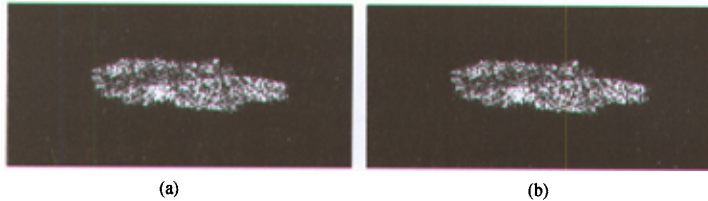


图 9 小鹰号航母的模拟成像结果

(a) 普通算法模拟的成像结果;(b) 快速算法模拟的成像结果

Fig. 9 Simulating images of aircraft carrier

(a) Simulating Using traditional Algorithm;(b) Simulating Using Fast Algorithm based on FFT

一幅大小为:

$$1587 \times 1574 = 2,493,216(\text{点})$$

的大面积分布目标。如果按照传统方法模拟,每模拟一个点时间为 7.2s,估计需要总时间为:

$$2,493,216 \times 7.2 \approx 207(\text{天})$$

利用基于 FFT 的快速 SAR 分布目标回波模拟算法,16 倍增采样和 8 点插值条件下,实测结果为

35h55min。其中用于作 FFT 的时间约为 15min,只占总时间的 0.7%,可以忽略不计,与前面分析相符。提高效率的倍数为:

$$\eta = \frac{2,493,216 \times 7.2}{(35 \times 60 + 55) \times 60} \approx 139(\text{倍})$$

实测结果与理论计算值有一定出入,这是因为卫星轨道和目标轨迹的计算对于传统方法和快速算

法,计算量都是一样的,而且卫星和目标的相对位置的计算比较复杂,计算量比较大。故(24)式须修改为:

$$\eta = \frac{LT_w F_s C_c + LC_i}{LMC_c + LC_i + (2N_a + 1)C_{\text{fit}}} \quad (30)$$

其中 C_i 是计算一次卫星和目标的相对位置的计算量。

8 结 论

上面的分析和模拟结果表明,基于FFT的模拟快速算法是正确可行的。大面积的分布目标的回波模拟计算需要大量的时间,通常需要在大型的并行计算机上计算,基于FFT的模拟快速算法能够大大减少计算时间,使得分布目标的回波模拟可以在PC机上实现,节省了设备资源,在实际应用中无疑是有重要意义的。

9 附 录

本附录中给出插值误差函数 $E_e(d)$ 的部分性质证明:

性质(5):先考虑 $d \in (0, 1)$ 的情况,因为

$$\frac{\sin[\pi((1-n)-(1-d))]}{\pi((1-n)(1-d))} = \frac{\sin[-\pi(n-d)]}{-\pi(n-d)} = \frac{\sin[\pi(n-d)]}{\pi(n-d)} \quad (A1)$$

即

$$\text{sinc}[\pi((1-n)-(1-d))] = \text{sinc}[\pi(n-d)] \quad (A2)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-M/2+1}^{M/2} |\text{sinc}(\pi(n-(1-d)))|^2 \\ &= \sum_{n=M/2}^{-M/2+1} |\text{sinc}(\pi((1-n)-(1-d)))|^2 \\ &= \sum_{n=M/2}^{-M/2+1} |\text{sinc}(\pi(n-d))|^2 \\ &= \sum_{n=-M/2+1}^{M/2} |\text{sinc}(\pi(n-d))|^2 \quad (A3) \end{aligned}$$

即有 $E_e(d, M) = E_e(1-d, M)$;

对于 $d \notin (0, 1)$,根据性质(1),也有 $E_e(d, M) = E_e(1-d, M)$

性质(6): $E_e(d, M)$ 对 d 求导

$$E_e(d, M) = -\frac{\sin\pi d}{\pi^2} \sum_{n=-M/2+1}^{M/2} \left\{ \frac{\pi \cos\pi d}{(n-d)^2} + \frac{\sin\pi d}{(n-d)^3} \right\}$$

$$= -\frac{\sin\pi d}{\pi^2} \sum_{n=1}^{M/2} (a_n - b_n) \quad (A4)$$

其中

$$a_n = \pi \cos(\pi d) \left[\frac{1}{(n-d)^2} + \frac{1}{(n-1+d)^2} \right] \quad (A5)$$

$$b_n = -\sin(\pi d) \left[\frac{1}{(n-d)^3} + \frac{1}{(n-1+d)^3} \right] = \sin(\pi d) \times \frac{(1-2d)(n-d)^2 + (n-d)(n-1+d) + (n-1+d)^2}{(n-d)^3(n-1+d)^3} \quad (A6)$$

当 $n \geq 2$ 时,有

$$b_n < \sin(\pi d) \cos(\pi d) \frac{3}{(n-d)(n-1+d)^3} < \pi \cos(\pi d) \frac{1}{(n-1+d)^2} \quad (A7)$$

$$a_n - b_n > \frac{\pi \cos(\pi d)}{(n-1+d)^2} > 0 \quad (A8)$$

根据性质(4),有

$$\lim_{M \rightarrow \infty} E_e(d, M) = 0 \quad (A9)$$

故有

$$E_e(d, M) > 0 \quad (A10)$$

即 d 在 $[0, 0.5]$ 上是单调递增。

参 考 文 献 (References)

- [1] D. A. Ausherman, Adam Kozma, Jack L. Walker, Harrison M. Jones, Enrico C. Poggio, Developments in Radar Imaging [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic systems*, 1984, 20(4): 363-400.
- [2] J C Curlander, R N McDonough, Synthetic Aperture Radar. Systems and Signal Processing [M]. New York, John Wiley & Sons Inc., 1-70.
- [3] R. Keith Raney, H. Runge, Richard Bamler, Ian G. Cumming, Frank H. Wong, Precision SAR Processing Using Chirp Scaling [J]. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 1994, 32(4): 786-799.
- [4] G. W. Davidson, I. G. Cumming, M. R. Ito, A Chirp Scaling Approach Processing Squint Mode SAR Data [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic systems*, 1996, 32(1): 121-133.
- [5] Giorgio Franceschetti, Maurizio Migliaccio, Daniele Riccio and Gilda Schirinzi, SARAS: A Synthetic Aperture Radar Raw Signal Simulator [J]. *IEEE Trans. ON Geoscience and Remote sensing*, 1992, 30(1), 110-122.
- [6] F. Rocca, C. Cafforio, C. Prati, Synthetic Aperture Radar: A New Application For Wave Equation Techniques [J], *Geophysical Prospecting*, 1989, 37: 809-830.
- [7] C. Cafforio, C. Prati, F. Rocca, SAR Data Focusing Using Seismic Migration Techniques [J], *IEEE Trans. On Aerospace and Electronic Systems*, 1991, 27(2): 194-207.

A Fast Algorithm Based on FFT Used in Simulation of SAR Return Wave Signal

HUANG Li-sheng, WANG Zhen-song, ZHENG Tian-yao

(*Institute of Computer Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

Abstract: The simulation of distributed targets is very important to the design of synthetic aperture radar (SAR) systems. Since the end product is SAR images, the echo of SAR signals needs to be simulated and then processed from SAR images, and the parameters needs to be measured and the performance of the images should be, and then evaluated. The designing parameters of SAR could be adjusted to meet the requirement of users before developing SAR systems, specially in space-borne SAR systems. The simulation data is also needed during the developing and debugging of a space-borne SAR real-time processor. Another purpose of simulation is to supply a great deal of simulation images to train image users of space-borne SAR before it launch.

Since significant computation is required to simulate a large area distributed targets, it may speed a lot of time, so it is very important to research a more efficient algorithm. A fast algorithm based on FFT is presented in this paper. It reviews the procedure of SAR systems return wave formed. A distributed target can be divided into many more facets, and each facet can be considered as a point targets with specific Radar Cross-Section (RCS) and unlimited small size. Generally speaking, the SAR raw signal is the appropriate superposition of returns from each facet. Noticeable, each return from every facet is the convolution of an impulse with specific amplitude and phase and the transmitting signal of SAR. So we can calculate the superposition of each impulse from each facet first. And then we can get the Fourier Transform (FT) of returns from all facets by multiply the Fourier Transform of impulses and transmitting signal. Finally, the raw returns wave can be generated by taking an Inverse Fourier Transform (IFT). Since SAR is a discrete and band-limited system, the impulse can be calculated by an interpolation with sinc function kernel in time-domain. And the Fourier Transform can be calculated using fast Fourier Transform (FFT).

Interpolating error depends on the amount of interpolated points and the impulse position between two sampling points. More interpolated points, less error, and impulse position is closed to any of the two sampling points, the error is decreased. The relationship between the error and the two factors is presented in detail in this paper. To improve the precision of interpolations, the amount of interpolated points can be increased. But this method may increase computation linearly. The other method is reducing the interval of sampling points.

Based on the second idea, an improved algorithm is introduced. It refer to upsampling and extending spectrum before Interpolating, and a low-pass filter and downsampling after Fourier Transform. This algorithm can improve efficiency and precision as the cost increasing its FFT computation.

Finally, the algorithm is implemented in a code whose performance is described and illustrated by a number of examples.

Key words: SAR; simulation; return wave; algorithm