

基于快速自聚焦的多基线干涉相位误差校正方法

王龙祥^{1,2}, 向卫¹, 王吉利¹, 张子璇^{1,2}, 王浩泽^{1,2},
卢虹良³, 宋红军¹

1. 中国科学院空天信息创新研究院 航天微波遥感系统部, 北京 100190;

2. 中国科学院大学 电子电气与通信工程学院, 北京 100049;

3. 齐鲁空天信息研究院, 济南 250000.

摘要: 基于多基线干涉的层析合成孔径雷达TomoSAR (Synthetic Aperture Radar Tomography) 通过单天线重复航过或多天线单次航过获取多基线观测数据, 在高程向形成第三维合成孔径, 从而具备三维成像能力并实现森林三维结构的精细重建。然而, 轨道间残余相位误差会引发层析谱的能量弥散与图像模糊, 从而严重制约森林高度反演的精度与稳定性。此外, 现有自聚焦方法在应对此问题时, 常因相位误差中线性分量的干扰, 产生不连续的层析剖面, 不仅解译难度大, 计算效率也较低。本文提出了一种基于子区域的对比度优化快速自聚焦SFCOA (Subarea Fast Contrast Optimization Autofocus) 相位校正方法。该方法利用小尺度内相位误差的空间不变性, 将传统逐像素优化转化为少量子区域的快速对比度最大化求解, 显著降低了优化变量的维度; 同时, 借助相邻子区域的空间连续性构建链式初始化策略, 大幅减少迭代次数与收敛时间。基于塞罕坝林场的机载P波段TomoSAR数据开展实验验证, 结果表明所提SFCOA方法在不牺牲层析聚焦质量的前提下, 其计算效率显著优于基于逐像素优化的PDCO方法, 可将整景数据处理时间由小时级降至秒级。在森林垂直结构重建方面, 与PSI、PGA及NC-PGA等方法相比, SFCOA所得层析成像结果的旁瓣水平更低以及主瓣展宽得到有效抑制, 其层析功率谱的连续性也显著更优。在森林高度反演中, SFCOA相较于NC-PGA取得了更优的结果, 其决定系数(R^2)从0.516提升至0.609, 平均绝对误差MAE (Mean Absolute Error)、平均绝对百分比误差 (Mean Absolute Percentage Error, MAPE) 与均方根误差RMSE (Root Mean Square Error) 分别从0.509 m、3.152%、0.627 m降至0.435 m、2.820%、0.526 m。所提出的SFCOA方法展现了效率与精度之间的优越平衡能力, 为TomoSAR实现高精度三维森林测绘提供了一种高效的解决方案。

关键词: 层析SAR(TomoSAR), 相位误差校正, 空不变假设, 子区域分割, 自聚焦, 层析图, 森林垂直结构
中图分类号: TP701/P2

引用格式: 王龙祥, 向卫, 王吉利, 张子璇, 王浩泽, 卢虹良, 宋红军. 2026. 基于快速自聚焦的多基线干涉相位误差校正方法. 遥感学报, 30(4): 929-942

Wang L X, Xiang W, Wang J L, Zhang Z X, Wang H Z, Lu H L and Song H J. 2026. A multi-baseline interferometric phase error calibration method based on fast autofocus. National Remote Sensing Bulletin, 30(4): 929-942[DOI:10.11834/jrs.20265358]

1 引言

合成孔径雷达层析TomoSAR (Synthetic Aperture Radar Tomography) 突破了传统二维成像的局限, 将合成孔径原理拓展至高程向, 为复杂地表目标的垂直结构解析提供了直接的技术手段。该技术通过单天线重轨采集或多天线同步采集方式获取

的多基线数据, 进而在高程向合成第三维孔径, 赋予系统独特的三维空间分辨特性 (Reigber 和 Moreira, 2000)。因此, 针对森林等具有复杂垂直分布特征的场景, TomoSAR 不仅为其内部结构的精确测绘提供了关键技术支撑, 更在林木蓄积量精准估算、生态多样性长期监测及林业资源综合管理等前沿应用中, 显现出巨大的应用前景与实

收稿日期: 2025-09-12; 预印本: 2026-03-13

基金项目: 国家自然科学基金(编号: 62301535, 62201548); 山东省自然科学基金(编号: ZR2022QF119)

第一作者简介: 王龙祥, 研究方向为层析SAR三维成像理论与方法。E-mail: wanglongxiang21@mails.ucas.ac.cn

通信作者简介: 向卫, 研究方向为合成孔径雷达干涉、差分干涉、层析成像理论与方法。E-mail: xiangwei@aircas.ac.cn

践意义 (李文梅等, 2014; 李兰等, 2016; 姬永杰和张王菲, 2022)。

在 TomoSAR 成像模型中, 雷达获取的观测相位是一个复合物理量, 它不仅包含了表征传感器与目标几何关系的理想斜距信息, 还不可避免地耦合了由实际观测环境引入的各类误差分量。其中, 提取理想的斜距相位是实现高程向高精度聚焦的关键前提 (Aghababae 等, 2018; 万杰等, 2024)。在实际数据获取过程中, 受限于飞行导航系统的精度、平台在非理想航迹上的残余运动以及大气传播路径的非均匀扰动, 多基线 SAR 数据中会混入显著的残余相位误差 (Reigber 等, 2006; Tebaldini 等, 2016)。此类误差信息在干涉图中表现为空间变化的相位干扰, 若不加以剔除, 会严重恶化层析成像的聚焦效果, 引发层析谱的能量弥散与图像模糊, 具体表现为旁瓣水平抬升、主瓣宽度展宽, 最终对森林垂直结构的可靠解译与关键参数的定量反演精度产生严重影响。因此, 对残余相位误差进行精确估计与校正, 成为 TomoSAR 三维成像不可或缺的关键环节。

在过去的数十年中, 研究人员针对 TomoSAR 相位定标问题提出了多种方法。经典的方法是永久散射体 PS (Permanent Scatterers) 的相位误差校正技术 (Tebaldini 和 Rocca, 2009; Iribe 等, 2010), 其通过识别场景中相位稳定的点目标来估计相位误差。然而, 在植被茂密区域, 可用 PS 点的稀疏性与不规则空间分布制约了此方法的有效应用。为了摆脱对 PS 点的依赖, 基于最小熵准则的自聚焦方法被提出 (Pardini 等, 2012)。虽不依赖先验知识, 但对沿基线的线性相位分量近似不敏感, 易引入垂直位置平移与剖面不连续。针对此问题, Aghababae 等 (2018) 提出了一种基于相位导数约束优化 PDCO (Phase Derivative Constraint Optimization) 的方法, 通过导数约束规避垂直平移, 但需逐像素迭代, 当处理大范围场景时, 其巨大的计算开销使其难以被实际应用。Xu 等 (2025) 提出了一种联合多项式拟合和改进自动聚焦技术的两步校正法, 其性能相较于传统指标更具鲁棒性。Tebaldini 等 (2016) 提出了相位中心双定位 PCDL (Phase Center Double Localization) 方法。其核心机理是借助相位链接手段提取森林等分布式散射体的等效相位中心, 借此将分布式目标等效为点目标, 进而结合多基线干涉相位实现

轨道误差与地表高程的联合解算。但当图像序列间的相干性发生严重退化时, 该算法的估计性能会受到显著制约。Zeng 等 (2024) 对 PCDL 框架予以深化, 构建了直接关联干涉相位与基线误差差值的新型数学表征。该优化策略成功绕过了传统的相位链接环节, 从而有效削弱了茂密林区严重体散射去相干现象对相位误差校正造成的负面干扰。尽管上述方法取得了显著进展, 但面对大尺度复杂森林场景时, 如何取得相位校正精度与大规模计算效率之间的最优平衡, 依旧是阻碍其实际工程应用的一项挑战。

面对大尺度复杂场景计算开销过大的痛点, 另一类基于相位误差空间低频特性的相位梯度自聚焦 PGA (Phase Gradient Autofocus) 技术受到了广泛关注 (de Macedo 等, 2008; Feng 等, 2019)。在此基础上, 后续研究将 PGA 与网络构建相结合形成 NC-PGA 方法, 进一步提升了相位误差校正的稳健性 (Lu 等, 2021)。然而, 该方法的全局优化极度依赖于 PS 点, 故在处理大范围场景时, 计算复杂度会随 PS 点数量的增加而急剧增长。为降低计算复杂度, Lu 等 (2022) 提出的 BBN-PGA 方法用局部网络构建取代了全局网络。虽然该方法有效提高了计算效率, 但其核心仍需要局部区域内存在足够密集的 PS 点分布, 以形成有效的局部网络并完成子区域高度校准。在实际的森林观测中, 体散射去相干导致 PS 点密度大幅降低, 使得这类依赖点目标的方法在森林高度估计上极易产生显著误差。

事实上, 当残余相位误差主要由平台缓变漂移等宏观因素主导而呈现出低频特性时, 对于有限的成像区域, 特别是在长波段 (如 P 波段) SAR 系统中, 该相位误差在局部可近似被视为空间不变 (Feng 等, 2019; Lu 等, 2021)。沿着对该局部空间缓变与不变性物理前提的挖掘, 本文提出了一种高效且精确的 TomoSAR 相位误差校正方法。核心思路是构建子区域快速对比度优化自聚焦 SFCOA (Subarea Fast Contrast Optimization Autofocus) 的相位误差校正框架, 首先将整景图像划分为若干子区域, 在每个子区域内以对比度最大化估计相位误差; 进一步引入一种链式初始化策略, 即利用相邻子区域间相位误差的空间连续性, 将前一子区域的估计作为后一子区域的优化初值。该策略能显著缩短搜索过程的收敛时间, 并有效规避优

化过程陷入局部极值。与全局统一校正或逐像素优化等传统方案相比，SFCOA在保持聚焦质量的前提下，能更准确地表征相位误差的空间缓变特性，在P波段机载TomoSAR的森林场景应用中展现出独特优势。

2 信号模型

TomoSAR成像几何如图1所示，雷达平台在不同高度向有若干个飞行轨迹，不同航迹之间的人射角有着细微的差别。假设SAR系统在多条平行轨道上进行 N 次重复观测，通过二维聚焦算法可以得到 N 个单视复数（Single Look Complex, SLC）

图像，经过配准、参考地形去除、相位误差校正等预处理后（Tebaldini, 2010; Yu等, 2025），获得的距离—方位像素的复数观测值为（Aghababaei等, 2020）

$$g(b_n) = \int_{\Delta s} \gamma(s) \cdot \exp(j4\pi b_n s / \lambda r) ds \quad (1)$$

式中， $g(b_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots, N$)是距离—方位像素的复观测值， s 是垂直于斜距平面的层析向位置， $\gamma(s)$ 为散射体沿层析向位置为 s 的复散射系数分布， Δs 为目标散射体 s 范围， b_n 是关于主轨道的空间基线， r 是传感器到目标散射体之间的距离及波长 λ 。

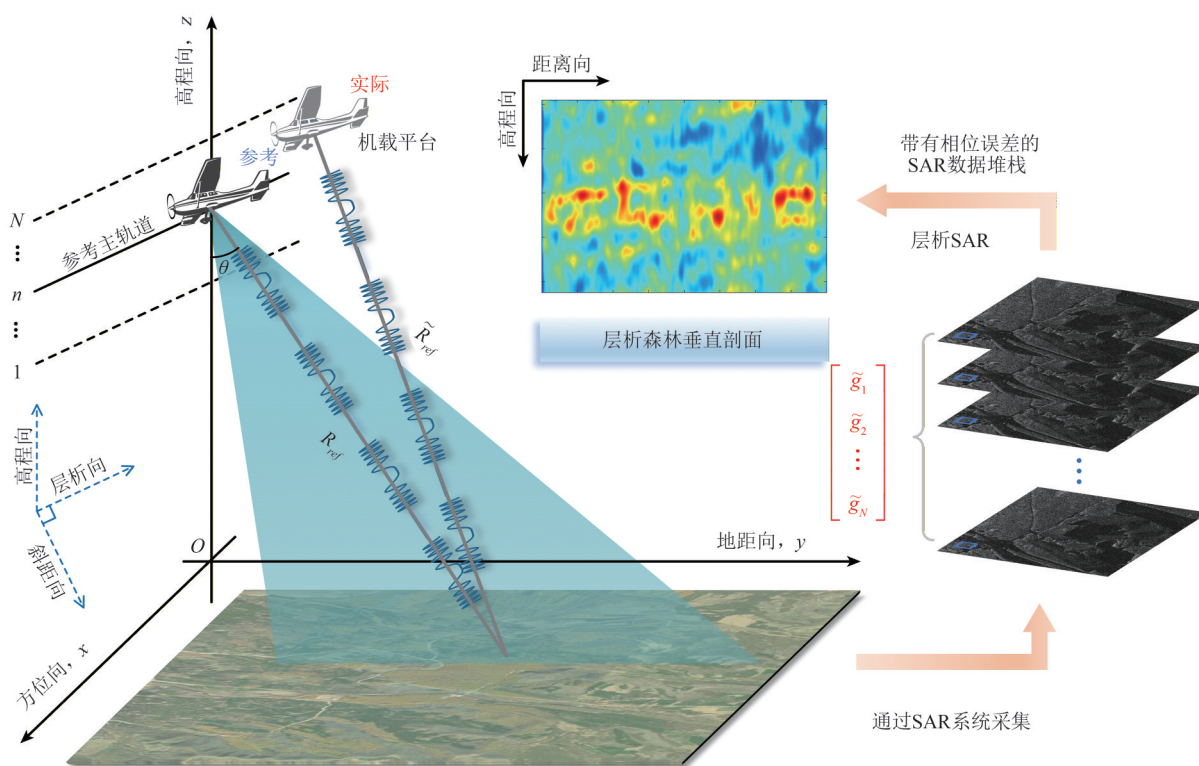


图1 带有相位误差的TomoSAR重建示意图

Fig. 1 Schematic diagram of TomoSAR reconstruction with phase error

在实际应用中，天线位置的计算误差会引入不可忽视的相位误差，是TomoSAR成像中不可忽视的问题。因此，需在式（1）的信号模型中对此类误差予以考虑，其修正后的模型可表述为（Tebaldini等, 2016）

$$\tilde{g}(b_n) = \exp(j\varphi(b_n)) \int_{\Delta s} \gamma(s) \cdot \exp(j4\pi b_n s / \lambda r) ds \quad (2)$$

式中， $\tilde{g}(b_n)$ 为包含相位误差的复观测值， $\varphi(b_n)$ 代表相位误差值，该误差可由斜距变化导致的相位差表征，其表达式为

$$\varphi(b_n) = \frac{4\pi}{\lambda} (\sin \theta_n \delta Y_n - \cos \theta_n \delta Z_n) \quad (3)$$

式中， δY_n 和 δZ_n 分别表示第 n 条轨迹的天线相位中心位置在地距向和高度向的误差， θ_n 表示第 n 幅图像的局部入射角。值得注意的是，相位误差 $\varphi(b_n)$ 在每个SLC图像中呈现空间变化特性。特别是当该误差主要由平台缓变漂移等宏观物理因素主导时，其空间分布通常表现出缓变的低频特性。因此，在有限的局部空间范围内，该误差具有高度的空间相关性并可近似假设为常数（Gatti等，

2011; Feng等, 2019)。然而, 在目标实际成像过程中, 需将层析向坐标进一步转换至高程向坐标, 以实现目标高程信息的精准反演。如图1所示, 目标的高程位置 z 可等效视为层析向位置 s 在高程向上的投影, 基于该成像几何关系, 二者之间满足如下对应关系:

$$z = s \cdot \sin \theta \quad (4)$$

式中, θ 表示局部入射角。基于上述空间几何映射关系, 可对原有的基础观测模型(2)进行数学重构, 进而推导出如下等效解析形式:

$$\tilde{g}(b_n) = \exp(j\varphi(b_n)) \int_{\Delta z} \gamma(z) \cdot \exp(j4\pi b_n z / \lambda r \sin \theta) dz \quad (5)$$

式中, $\gamma(z)$ 为散射体沿高程向位置为 z 的复散射系数分布, Δz 为目标散射体 z 范围。

如图1所示, 基于含相位误差的SLC图像反演所得的高程剖面, 会出现明显的能量弥散与图像模糊, 具体表现为旁瓣抬升等现象, 进而损害后续参数提取的准确性。为此, 必须对相位误差进行校正, 以获取聚焦良好的高程剖面, 并保障参数反演的精度。从物理本质上看, 多基线SAR数据本质上是沿高程向对连续信号进行非均匀离散采样的结果。据此, 在引入噪声项 ε 的情况下, 可将该离散空间系统模型表述为(Li等, 2016):

$$\mathbf{g} = \mathbf{A}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{g} = [g(b_1), g(b_2), \dots, g(b_N)]^T$ 是 N 个复观测向量, \mathbf{A} 是一个 $N \times M$ 的导向矢量矩阵 ($A_{n \times m} = \exp(j4\pi b_n z_m / \lambda r \sin \theta)$), $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma(z_1), \gamma(z_2), \dots, \gamma(z_M)]^T$ 是一个沿着高程向 $M \times 1$ 的离散散射系数向量 ($\gamma_m = \gamma(z_m)$)。

3 基于SFCOA方法的相位校正

相位误差的校正通过先估计相位误差向量 $\hat{\boldsymbol{\varphi}} = [\varphi(b_1), \dots, \varphi(b_n)]^T$, 再利用其估计值 $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ 对SLC图像进行逐幅校正来实现。为兼顾效率与鲁棒性, 本文提出了子区域快速对比度优化自聚焦SFCOA (Subarea Fast Contrast Optimization Autofocus) 方法。该方法的执行流程如下: 首先, 将整幅SAR图像在空间上划分为若干互不重叠的子区域; 继而, 在每个子区内, 以相干散射体上的图像对比度最大化为准则, 估计一组候选相位误差, 并基于其相关系数构造权重, 采用加权最小二乘法将

像素级估计融合为该子区共享的相位误差参数; 最终, 依据相位误差的空间缓变性, 实施链式初始化策略, 即将已估计子区的相位结果作为相邻未处理子区的优化初值, 并辅以局部范围的精细搜索。此策略有效加速了全局收敛过程, 并显著增强了算法的稳健性。图2展示了本研究的TomoSAR三维重建流程, 而所提出的SFCOA方法细节将在下文详述。

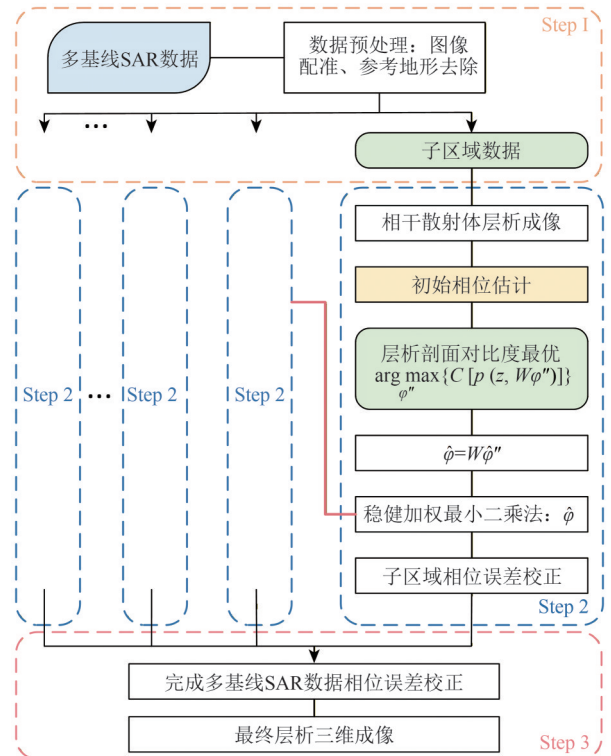


图2 基于所提SFCOA的TomoSAR三维重建流程图
Fig. 2 Flowchart of the TomoSAR 3D reconstruction with the proposed SFCOA

3.1 子区域分割

为量化相位误差在子区域内的空间不变性, 以相位对方向与距离向的一阶梯度表征其局部变化率。由于轨迹误差(δY , δZ)与沿入射角 θ 方向的几何关系, 可据此直接推导出相位关于方向与距离向的偏导数:

$$k_{\varphi,a} = \frac{\partial \varphi}{\partial a} = \frac{4\pi}{\lambda} \left(\frac{\partial \delta Y}{\partial a} \cdot \sin \theta - \frac{\partial \delta Z}{\partial a} \cdot \cos \theta \right) \quad (7)$$

$$k_{\varphi,r} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{4\pi}{\lambda r} (\delta Y \cos \theta \cot \theta + \delta Z \cos \theta) \quad (8)$$

由此可见, 方向向梯度取决于轨道误差和入射角的正弦及余弦加权。距离向梯度则受控于轨道误差同入射角和斜距的几何关系。为此, 为确

保子区域相位的空间不变性，必须限制其最大变化量保持在阈值 ε_{\max} 以下（通常为 0.25 rad）（de Macedo 等，2008；Du 等，2021；Wang 等，2025），子区域尺寸 N_{sa} 和 N_{sr} 满足：

$$N_{sa} \leq \left\lfloor \frac{\varepsilon_{\max}}{|k_{\varphi,a}|} \right\rfloor \quad (9)$$

$$N_{sr} \leq \left\lfloor \frac{\varepsilon_{\max}}{|k_{\varphi,r}|} \right\rfloor \quad (10)$$

在 P 波段机载 TomoSAR 系统中，相位误差通常具有空间缓变性；上述阈值约束意味着子区域尺度通常可取为数十个像素，即可满足相位近似不变的条件。鉴于此，我们将整幅图像划分为若干互不重叠的子区域（示意图图 3），并在每个子区内假定所有像素共享同一组相位误差参数。

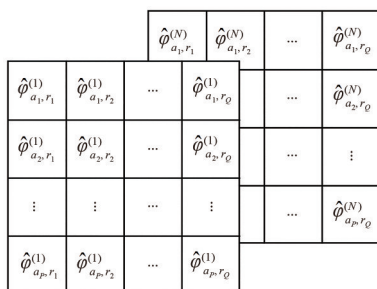


图 3 子区域分割示意图

Fig. 3 Schematic diagram of subareas segmentation

为验证相位误差在方位向与距离向的变化趋势，本研究基于模拟数据进行了统计分析。模拟实验配置参照机载 P 波段雷达系统，平台高度设为 3250 m，入射角范围为 51° — 57° ，仿真中引入的残余轨迹误差为沿航迹（方位向）一维连续缓变误差，该误差主要由机载平台飞行过程中的轨道缓变漂移主导，幅值范围设定为 $[-0.3, 0.3]$ m，其变化形式与真实飞行中惯导系统观测到的低频运动误差特性保持一致。图 4 (a) 展示了相位误差的空间分布，可直观看出其在方位与距离方向上均呈现明显的缓变特征。为进一步量化分析，图 4 (b) 与图 4 (c) 分别给出了相位误差在方位向与距离向的梯度分布。结果表明，两个方向上的梯度值整体较小，说明相位误差变化平缓、空间连续性良好，具备显著的局部平稳特性。

基于上述空间缓变性质，因此本文在优化过程中采用了链式初始化策略：将前一子区已收敛的相位估计结果作为相邻子区的迭代初值，并辅以局部范围的精细搜索，以适配子区间的细微差异。该策略通过逐区估计与邻域信息传递，在严格遵循子区内相位不变假定的同时，有效利用了子区间相位的平滑延续性，从而在保证层析聚焦质量的前提下，提升相位误差校正的整体效率。

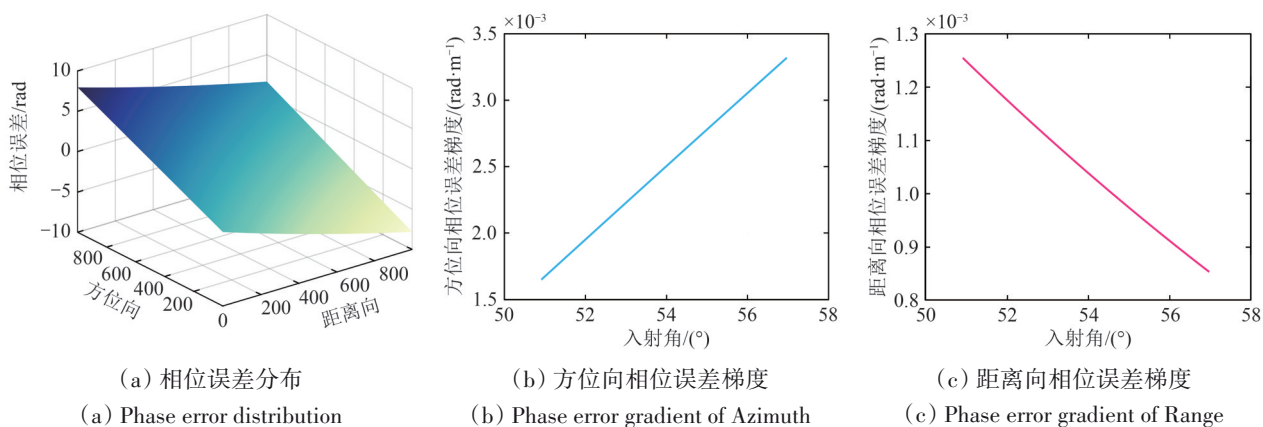


图 4 相位误差及其梯度分布

Fig. 4 Distribution of phase error and its gradient

3.2 对比度最优化

为客观衡量高程向聚焦质量，本文采用对比度作为图像质量准则。理想情形（无相位误差）下，单个像素的高程功率谱由有限散射体（冠层和地面）带来的 sinc 函数叠加，能量高度集中，表

现为 主瓣窄、旁瓣低。当存在相位误差时，能量从峰值泄露至邻近旁瓣，导致主瓣展宽、旁瓣抬升乃至失焦。经相位校正后，能量重新集中，对比度随之提高。进一步地，从统计角度看，当能量集中在少数高程采样点时，层析谱方差相对均

值显著增大, 故对比度升高。反之, 能量分散或噪声主导使得层析谱近似平坦, 方差下降, 均值相对稳定, 对比度随之降低。因此, 可以将上述相位误差估计问题表述为对比度优化过程 (Xu 等, 2025):

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}} = \arg \max_{\boldsymbol{\varphi}} C(p(z, \boldsymbol{\varphi})) \quad (11)$$

式中, $C(\cdot)$ 是代价函数, $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi(b_1), \varphi(b_2), \dots, \varphi(b_N)]^T$ 为待求的相位误差向量, $p(z_l, \boldsymbol{\varphi}) (1 \leq l \leq L)$ 表示利用相位矢量 $\boldsymbol{\varphi}$ 进行校正后层析功率谱中 z_l 处的功率值。通过最大化层析图像的对比度, 我们可以优化相位误差向量, 从而提高图像的聚焦质量。对比度作为图像质量的度量标准, 其定义如下:

$$C\{p(z, \boldsymbol{\varphi})\} = \frac{\text{std}\{p(z, \boldsymbol{\varphi})\}}{\text{mean}\{p(z, \boldsymbol{\varphi})\}} \quad (12)$$

式中, $\text{mean}\{p(z, \boldsymbol{\varphi})\}$ 和 $\text{std}\{p(z, \boldsymbol{\varphi})\}$ 的定义分别为

$$\begin{aligned} \text{mean}\{p(z, \boldsymbol{\varphi})\} &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L p(z, \boldsymbol{\varphi}) \\ \text{std}\{p(z, \boldsymbol{\varphi})\} &= \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (p(z, \boldsymbol{\varphi}) - \text{mean}\{p(z, \boldsymbol{\varphi})\})^2} \end{aligned} \quad (13)$$

由于代价函数式 (12) 的平移不变性, 即当 $\boldsymbol{\varphi}_1 = \boldsymbol{\varphi}_2 + a \cdot \mathbf{1}$ 时, 应用 $\boldsymbol{\varphi}_1$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_2$, 会发生对比度不变的情况, 由于存在线性分量, 所以会出现不必要的高程项偏移。为了解决这个问题, 考虑到对于线性分量所有不同的误差相位的二阶导数都相同, 并且约束所有误差相位的一阶导数等于零。在第一幅 SAR 图像为参考的情况下 ($\varphi(b_1) = 0$), 可以通过对离散的 $\varphi''(b_n)$ 两次积分得到待求解的关系式 (Aghababae 等, 2018):

$$\begin{cases} \iint \varphi''(b_n) d^2 b_n = \varphi(b_n) \\ \sum_{n=2}^N \varphi'(b_n) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

式中, $\varphi''(b_n)$ 和 $\varphi'(b_n)$ 分别表示 $\varphi(b_n)$ 的二阶导数和一阶导数。通常我们得到的观测量仅为连续频谱的离散采样值。相位误差函数的一阶导数和二阶导数用差分方程近似求得:

$$\varphi'(b_n) = (\varphi(b_n) - \varphi(b_{n-1})) / (b_n - b_{n-1}) \quad (15)$$

和

$$\varphi''(b_n) = (\varphi'(b_{n+1}) - \varphi'(b_n)) / (b_n - b_{n-1}) \quad (16)$$

通过联立分析式 (15) 和 (16), 可将模型式

(14) 离散化, 从而推导出一个包含 $N-1$ 个方程、 $N-1$ 个未知数的线性系统:

$$\begin{cases} \varphi''(b_2) = (\varphi'(b_3) - \varphi'(b_2)) / (b_2 - b_1) \\ \varphi''(b_3) = (\varphi'(b_4) - \varphi'(b_3)) / (b_3 - b_2) \\ \vdots \\ \varphi''(b_{N-1}) = (\varphi'(b_N) - \varphi'(b_{N-1})) / (b_{N-1} - b_{N-2}) \\ 0 = \sum_{n=2}^N \varphi'(b_n) \end{cases} \quad (17)$$

将其写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}'' \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{U} \boldsymbol{\varphi} \quad (18)$$

式中, $\boldsymbol{\varphi}$ 为待求的 $N-1$ 维列向量, $\boldsymbol{\varphi}''$ 为待求的 $N-2$ 维列向量, \mathbf{U} 为 $(N-1) \times (N-1)$ 维矩阵。式 (18) 可以改写成 $\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{W} \boldsymbol{\varphi}''$, 其中矩阵 \mathbf{W} 是 \mathbf{U} 求逆的前 $N-2$ 列构成。据此, 待求解的优化问题可转化为:

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}}'' = \arg \max_{\boldsymbol{\varphi}''} C\{p(z, \boldsymbol{\varphi}'')\} \quad (19)$$

当最优化的 $\hat{\boldsymbol{\varphi}}''$ 被确定, 我们就可以用 $\hat{\boldsymbol{\varphi}} = \mathbf{W} \hat{\boldsymbol{\varphi}}''$ 计算需要估计的校正的相位误差向量。对于式 (19) 所示的优化问题是一个多变量搜索过程, 为了提高搜索效率, 可以使用坐标下降方法将该多变量搜索过程转化为多个单变量搜索过程 (Aghababae 等, 2018)。

自聚焦算法的求解本质是非线性非凸优化, 依赖于初始值的设定。因此, 在相位校准过程中提出链式初始化策略, 即每个子区域的相位误差初始值来源于前一个相邻子区域的误差值。SFCOA 方法利用相邻子区域间相位的连续性和相关性, 促进相位误差信息在相邻区域间的传播。该策略可有效抑制传统对比度最优化方法在显著相位误差下进行层析成像所致的森林垂直结构反演偏移。同时, 基于子区域的处理方式提升了迭代过程的收敛速度与计算效率, 使其成为一种实用性强的相位误差校正解决方案。

3.3 稳健加权最小二乘法

通常, 单个子区内可能包含多个相干散射体。为获得子区内共享的相位误差参数, 需先分别估计各相干散射体的相位, 再通过加权最小二乘法对估计结果进行融合。基于此, 可将整体区域误差与各散射体误差之间的关系建模为如下形式:

$$\boldsymbol{\phi} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varphi} + \mathbf{e} \quad (20)$$

式中, $\boldsymbol{\phi} = [\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \dots, \hat{\phi}_Q]^T$ 为 Q 个相干散射体的相位误差向量, $\mathbf{C} = [1, 1, \dots, 1]^T$ 为系数向量。

$$\boldsymbol{\varphi} = (\mathbf{C}^T \mathbf{W} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\phi} \quad (21)$$

式中, \mathbf{W} 为权重对角线矩阵, 其元素为相干散射体的相关系数。该步骤能抑制离群或弱相干散射体的影响, 提升子区域相位误差估计的稳健性

3.4 TomoSAR 成像

完成相位误差校正之后, 利用 Capon 方法实现层析成像获取每个像素在高程向的伪功率谱 (Kumar 等, 2017)。对于一个固定的像素, 协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 可以通过 M 视获得:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{g}_m \mathbf{g}_m^H \quad (22)$$

式中, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置, \mathbf{g}_m 可以通过以此像素为中心的估计窗口获得。然后 Capon 功率谱的估计被获得:

$$\hat{P}_{ca}(z) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(z) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}(z)} \quad (23)$$

式中, $\mathbf{a}(z) = [\exp(j4\pi b_1 z / \lambda r \sin \theta), \dots, \exp(j4\pi b_N z /$

$\lambda r \sin \theta)]^T$ 是导向矢量。每个像素内散射体的高程可通过检测功率谱 $\hat{P}_{ca}(z)$ 的峰值获得。

4 SAR 数据堆栈和实验结果

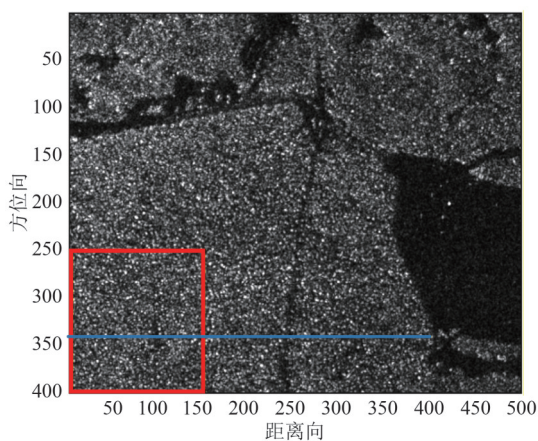
4.1 实验数据

本文选取机载 P 波段 TomoSAR 数据集开展方法有效性验证, 数据来源于中国塞罕坝林区的航空遥感试验 (Lu 等, 2021)。飞机平台的速度约为 80 m/s, 高度在 3500—3750 m, 具体系统参数见表 1。实验使用了该区域共 8 幅 SAR 图像, 图 5 (a) 展示了其中一景的代表性强度图。

表 1 机载 P 波段 SAR 数据采集配置

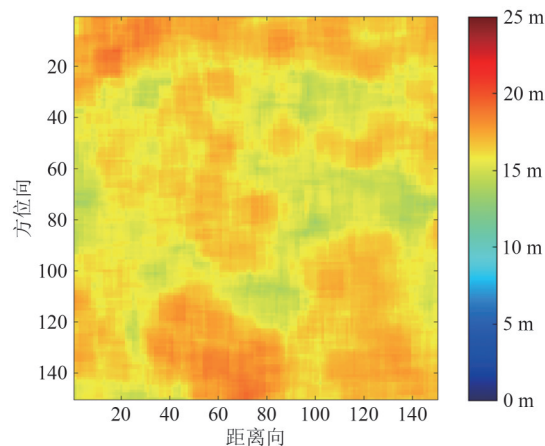
Table 1 Configuration of the airborne P-band SAR Acquisitions

参数	数值
中心频率	450 MHz
中心入射角	60°
极化方式	HH 和 VV
SLC 分辨率 (a×r)	1.45 m×1.5 m
空间基线分布	[-90, -60, -30, 0, 30, 60, 90, 120] m



(a) SAR 强度图像

(a) SAR intensity images



(b) 图(a)中红色区域 LiDAR 冠层数据放大图

(b) Zoomed-in LiDAR canopy data of the red region in (a)

图 5 研究区域的 SAR 强度图像及对应的 LiDAR 冠层数据

Fig. 5 SAR intensity images of the study area and the corresponding LiDAR canopy values

为实现定量对比与精度检验, 本研究以中国林业科学研究院资源信息研究所发布的 CAF-LiCHY 系统所获取的激光雷达 LiDAR (Light Detection and Ranging) 冠层测量结果作为验证参考 (Pang 等, 2016)。该套 LiDAR 数据可生成空间

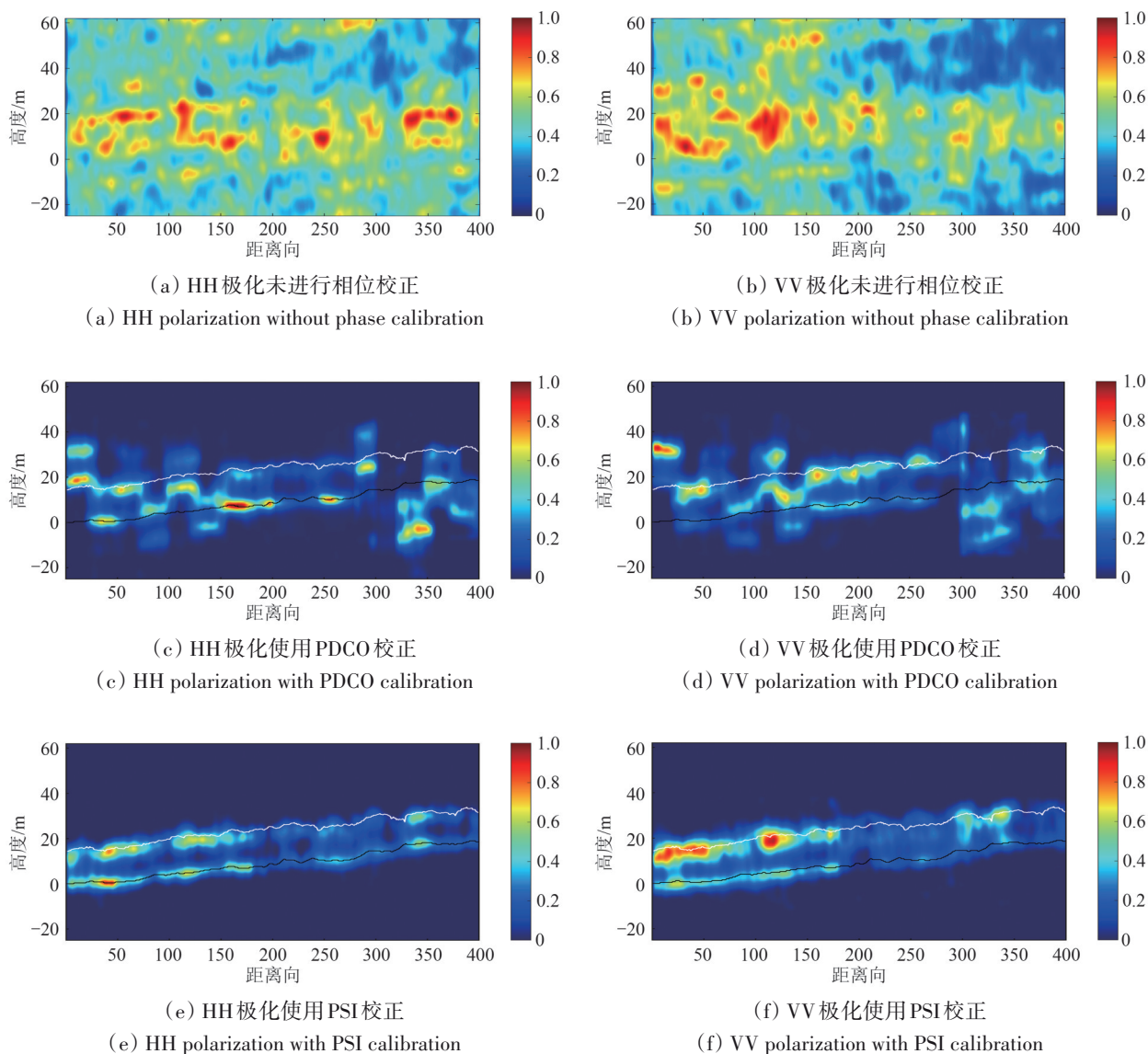
分辨率为 2 m 的冠层高度模型, 其分辨率与 SLC 产品的空间分辨率基本匹配。本次试验所使用的 LiDAR 数据覆盖范围与图 5 (a) 中红色矩形区域完全一致, 由此得到的森林高度产品图 5 (b) 所示, 可用于后续结果的对照与分析。

4.2 TomoSAR成像性能

本实验首先将研究区域均匀划分为若干子区域。设定子区域的大小为 50×50 像素，则整个研究区域一共被分为80个子区。在每个子区内筛选相干散射体（相干系数阈值设为0.7），并采用导数约束的对比度最大化方法估计该子区域的相位误差值。对于第一个子区域，以其相干散射体协方差矩阵第一特征向量的相位作为初始值；后续子区域则以前一相邻子区域已估计的相位误差值为初值，并辅以局部范围的修正，以提升收敛速度。

完成相位误差校正后，采用Capon谱估计方法

进行TomoSAR成像，获取沿特定方位线的垂直向功率谱。实验中，协方差矩阵通过 15×15 像素的估计窗进行估计，以提高谱估计的稳定性。图6分别展示了研究区域的一行方位线（对应图5（a）中蓝线位置）的层析成像结果，对比了HH和VV极化下未相位误差校正及经PDCO、PSI、PGA、NC-PGA与SFCOA五种方法相位误差校正后的成像结果。为便于评估，图中叠加了对应位置的LiDAR冠层数据（图6中的白线所示）和通过谱峰值计算得到的地面高度（图6中的黑线所示）。



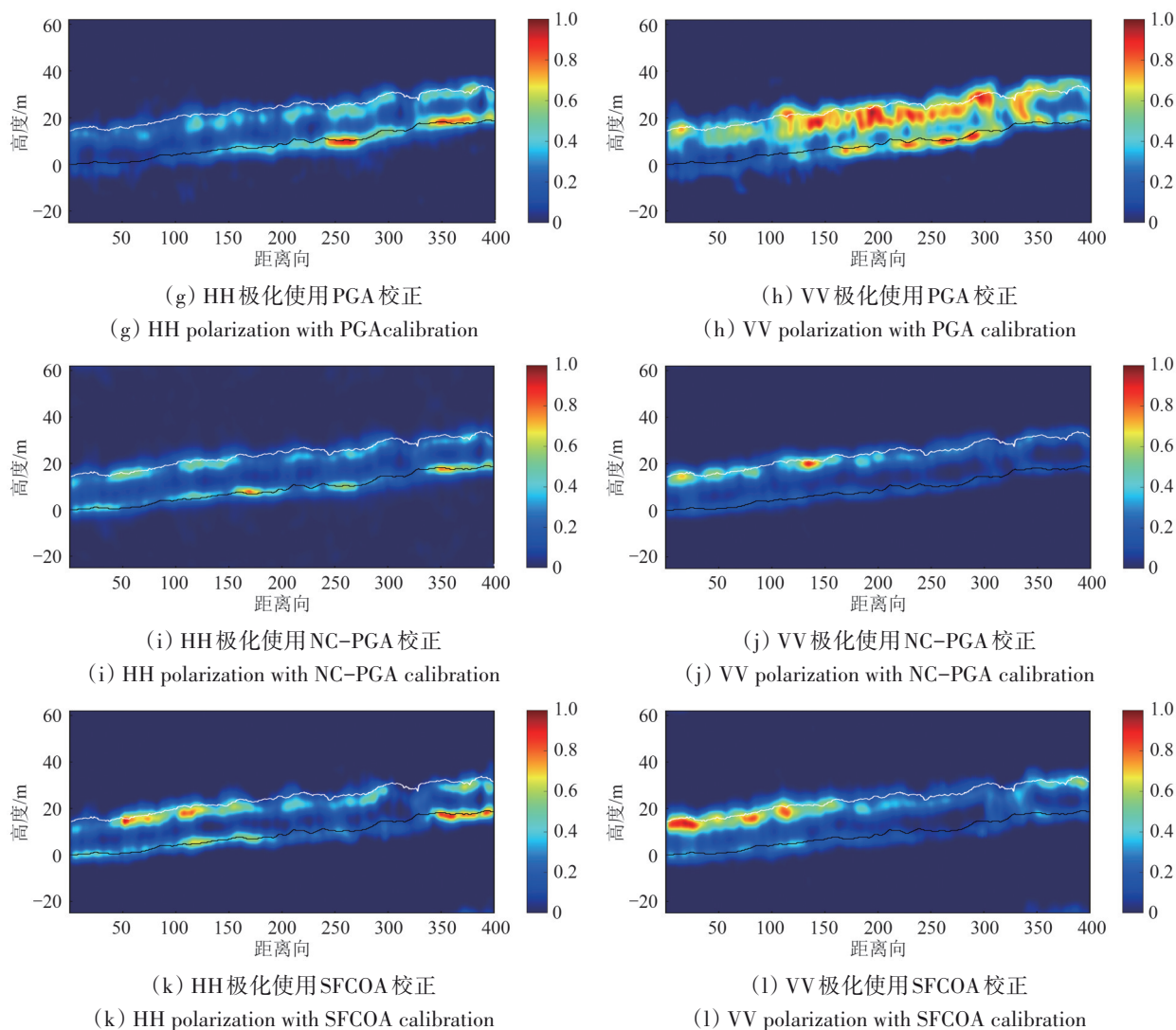


图6 不同相位误差校正方法的HH和VV极化层析剖面

Fig. 6 Tomographic profiles of HH and VV polarizations with different phase error calibration methods

如图6 (a) 和 (b) 结果所示, 未经相位误差校正时, 受相位误差影响, 层析剖面能量分散、旁瓣显著, 导致聚焦效果差, 森林垂直结构不连续。经五种方法校正后, 森林垂直结构得到了较好的恢复。图6 (c) 和 (d) 为PDCO方法的结果, 因目标函数陷入局部极值与迭代中的线性成分影响, 剖面仍存在不连续。PSI方法校正后 (如图6 (e) 和 (f) 所示), 旁瓣得到一定抑制, 但中间部分残余旁瓣仍较高。PGA方法结果 (如图6 (g) 和 (h) 所示) 在起始处旁瓣较高且存在严重的能量弥散, VV极化下对比度差, 林下地表与植被层的垂直结构难以区分。NC-PGA方法校正后的成像结果展示在图6 (i) 和 (j), 表现优于PSI和PGA方法, 旁瓣抑制良好, 聚焦效果改善, 森林垂直结构连续性提高。如图6 (k) 和 (l) 所示, SFCOA方法得到的结果略优于NC-PGA方法, 层析聚焦更优,

旁瓣显著抑制, 图像对比度与质量进一步提升。

表2对比了PDCO、PSI、PGA、NC-PGA和SFCOA等5种方法的计算时间。所有方法均在MATLAB环境下实现, 运行平台为配备2.5 GHz Intel处理器和16 GB RAM的计算机。五种方法的总计算时间分别为16.7 h、388.97 s、28.25 s、45.39 s和12.36 s。PDCO方法因采用逐像素迭代优化策略, 待优化变量数量庞大, 导致计算耗时最长。PSI方法计算时间较高, 主要源于大量PS点的筛选及复杂的插值操作。PGA方法虽无需逐像素迭代, 但仍需在全局范围内完成多次相位梯度估计; NC-PGA方法因需构建全局网络结构, 计算耗时进一步增加, 高于PGA方法。相比之下, 本文所提SFCOA方法基于子区域相位空间不变性假设与链式初始化优化策略, 将逐像素优化转化为少量子区域的快速对比度最大化求解。该方法在保

证相位校正精度与层析聚焦质量的前提下,大幅降低了计算复杂度与迭代开销,展现出显著的计算效率优势。

表2 研究区相位误差校正的时间成本

Table 2 Time costs for phase error calibration of study area

项目	方法				
	PDCO	PSI	PGA	NC-PGA	SFCOA
耗时	16.7 h	388.97 s	28.25 s	45.39 s	12.36 s

4.3 森林高度估计

鉴于LiDAR冠层数据覆盖范围有限,本实验选取与LiDAR完全重合的测试区域(即图5(a)中红色框线所示SAR图像区域)进行森林树高反演分析。基于图6的层析成像结果可定性分析,HH极化对地面散射信号响应更为敏感,而VV极化则对冠层散射信号具有更高响应度。由于PDCO校正结果存在垂直向偏移,PSI与PGA方法则存在主瓣展宽现象,本节将重点对NC-PGA与SFCOA两种方法校正后的森林树高反演精度进行定量评估。

为评估森林树高反演性能,设定垂直向功率损耗阈值范围为0至-5 dB,据此提取冠层顶高,并以机载LiDAR冠层测量值为参考进行验证。图6展示了不同功率损耗条件下,树高估计值与实测值之间的统计偏差与均方根误差RMSE(Root Mean Square Error)(Li等,2016;Lu等,2021)。表3进一步列出了在-4 dB至-1 dB阈值范围内,NC-PGA与SFCOA两种方法的具体偏差与RMSE值。结果表明,NC-PGA方法在功率损耗为-3 dB时取得最小RMSE,而SFCOA方法的最佳RMSE则出现在-2.5 dB处。尽管偏差可在一定程度上反映

系统估计的整体偏向,但RMSE能更全面地度量估计值与真值的总体偏离程度。因此,本研究以RMSE作为核心指标进行性能评价与比较。

表3 两种方法在不同功率损耗下的偏差与RMSE对比

Table 3 Comparison of bias and RMSE between the two methods under different power loss values

功率 损耗值/dB	NC-PGA		SFCOA	
	偏差/m	RMSE/m	偏差/m	RMSE/m
-4.0	0.8870	1.0712	0.6170	0.8263
-3.5	0.5805	0.8000	0.3105	0.6592
-3.0	0.2701	0.6265	0.0001	0.5870
-2.5	-0.0527	0.6501	-0.3227	0.5264
-2.0	-0.3901	0.8300	-0.6601	0.6960
-1.5	-0.7560	1.1617	-1.0260	0.9168
-1.0	-1.1691	1.4768	-1.4391	1.2319

图7展示了NC-PGA和SFCOA两种方法校正后的森林树高估计结果。图8进一步给出了森林树高的LiDAR冠层测量值与层析估计值的联合分布图。SFCOA方法反演结果的散点分布较NC-PGA更集中于拟合曲线,其与参考线之间的RMSE更小,表明该方法在控制系统误差和随机误差方面均表现更优。在量化指标方面,与NC-PGA方法相比,SFCOA方法的决定系数(R^2)由0.516提高至0.609(提升18%),平均绝对误差MAE(Mean Absolute Error)由0.509 m降低至0.435 m(降低14.5%),平均绝对百分比误差MAPE(Mean Absolute Percentage Error)由3.152%降至2.820%(下降10.5%),RMSE由0.627 m降至0.526 m(降低16.1%)。各项精度指标表明,SFCOA方法能够更有效地校正相位误差,提升层析成像的聚焦质量和峰值定位精度,从而在森林高度反演中实现更高的一致性和稳定性。

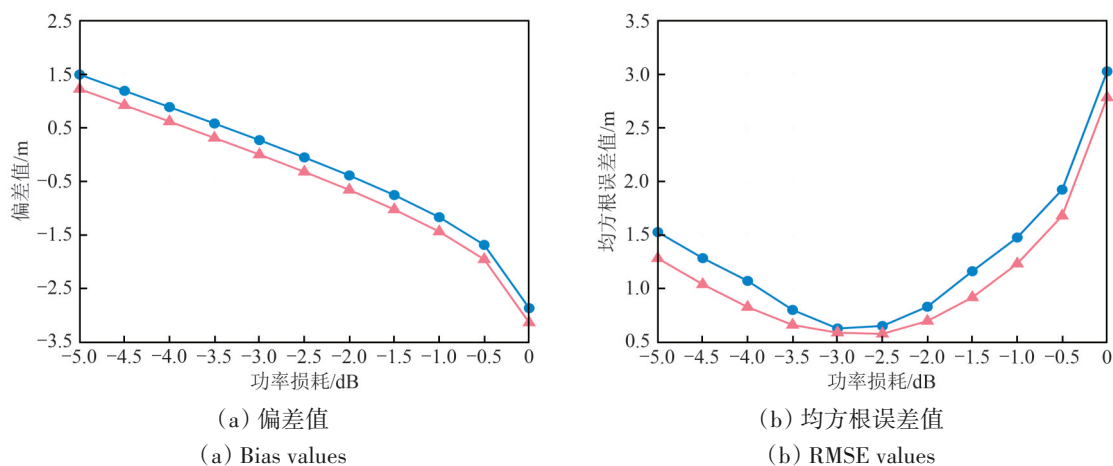


图7 不同损耗功率下TomoSAR森林高度与LiDAR数据之间关系

Fig. 7 The relationship between the forest height measured by TomoSAR and LiDAR data under different power loss

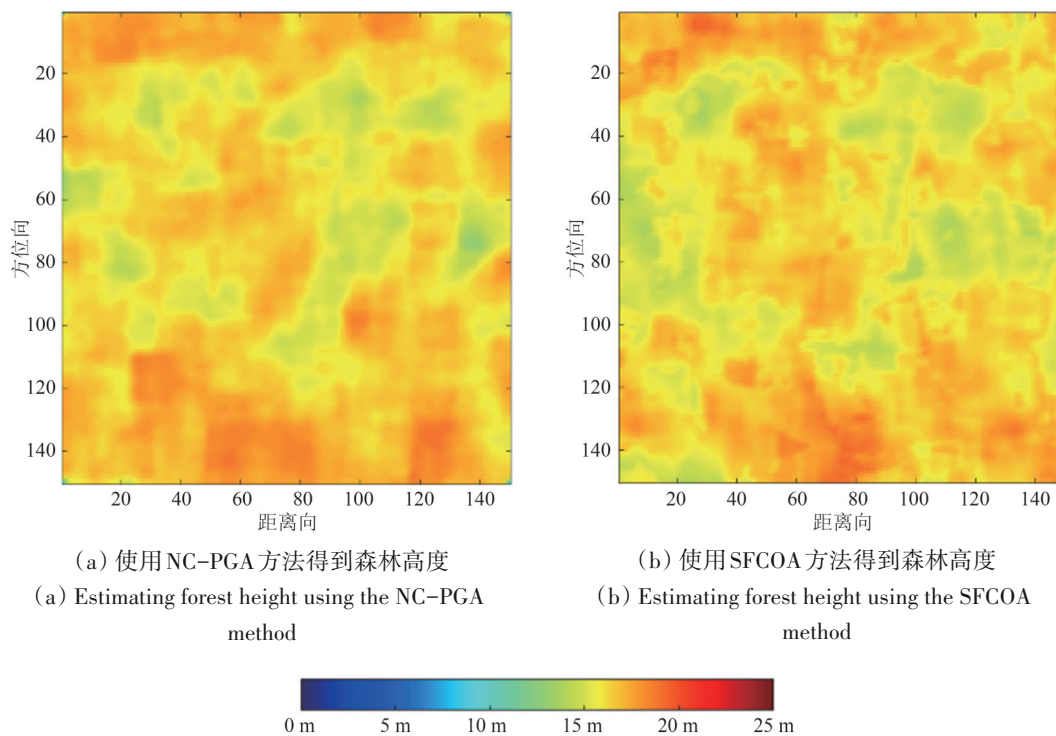


图8 两种相位误差校正方法反演森林树高
Fig. 8 Two phase error calibration methods for estimating forest height

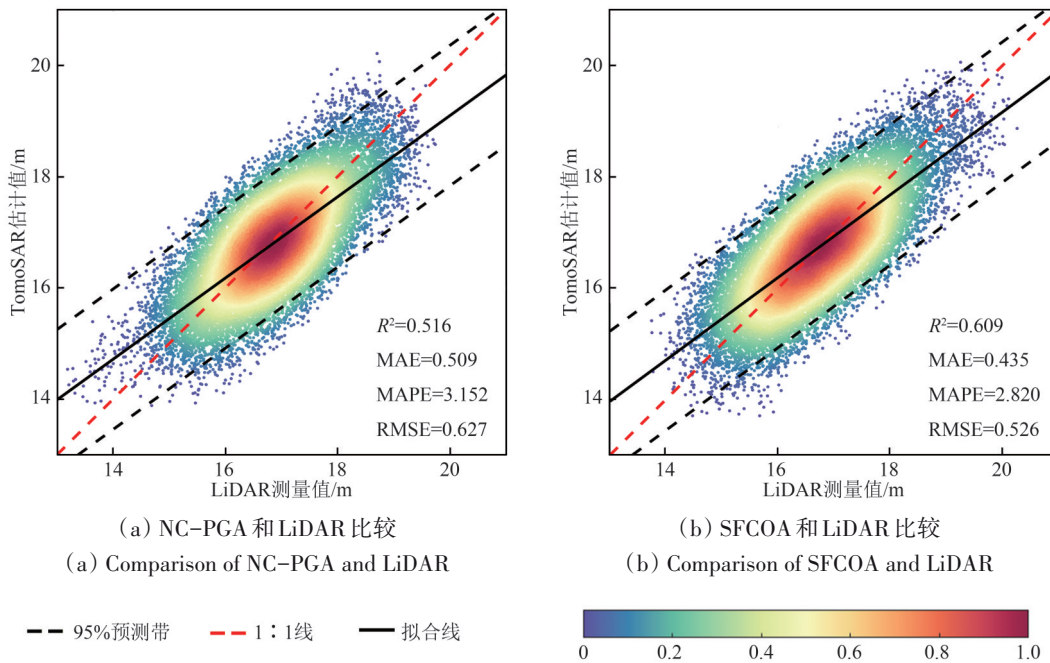


图9 不同相位误差校正方法反演森林高度与LiDAR测量值的对比分析
Fig. 9 Comparative analysis of forest height retrieval results from different phase error calibration methods against LiDAR measurements

5 结论

本文提出了一种用于机载 TomoSAR 成像的快

速相位校正方法，旨在有效校正由平台运动误差引起的空变相位误差。该方法建立在子区域分割与相位误差空不变性假设的基础上，将成像区域

划分为多个子区,在各子区内采用导数约束的对比度最大化准则估计相位误差。该方法的核心优势在于:通过子区域划分将高维的逐像素优化问题降维至少量子区域的快速求解,大幅降低了计算复杂度;同时引入相邻子区相位初值传递策略,显著减少迭代过程中的收敛时间。基于机载P波段TomoSAR数据的实验结果表明,与PDCO、PSI、PGA及NC-PGA 4种方法相比,所提SFCOA方法在层析成像方面表现出更优的综合性能,森林垂直结构成像聚焦质量更高、旁瓣抑制更显著,同时计算效率大幅提升,研究区域相位校正过程仅需12.36 s。在森林高度反演方面,SFCOA方法取得了与LiDAR冠层测量值具有较高的一致性,其 R^2 为0.609,MAE、MAPE和RMSE分别为0.435 m、2.82%和0.526 m,且各项精度指标均优于对比方法。

上述实验验证了SFCOA方法在机载P波段TomoSAR森林场景中的有效性与优越性。需要指出的是,该方法的应用建立在以下前提与边界条件之上。首先,在物理机制层面,该方法的核心假设是相位误差在局部呈现低频缓变特性。这要求残余运动误差主要由平台缓变漂移等宏观因素主导,若平台存在剧烈的高频机械振动,该局部不变性假设将受到严峻挑战。其次,在算法参数层面,子区域尺度的选取受到理论推导的严格制约。为确保子区内相位的空间不变性,受控于轨道误差与成像几何的相位梯度积累量必须控制在0.25 rad的最大变化阈值以下。

鉴于在精度、效率与稳健性之间的理想平衡,SFCOA方法在森林场景的快速三维制图中具备显著的工程应用潜力。未来研究将进一步探索该方法在不同观测波段下的泛化能力,并结合多源LiDAR数据持续优化物理模型,旨在为大规模森林结构参数反演与全球碳循环遥感监测提供更为可靠、高效的技术支撑。

参考文献(References)

- Aghababae H, Fornaro G and Schirinzi G. 2018. Phase calibration based on phase derivative constrained optimization in multibaseline SAR tomography. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 56(11): 6779-6791 [DOI: 10.1109/TGRS.2018.2843447]
- Aghababaei H, Ferraioli G, Ferro-Famil L, Huang Y, D' Alessandro M, Pascazio V, Schirinzi G and Tebaldini S. 2020. Forest SAR tomography: principles and applications. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 8(2): 30-45 [DOI: 10.1109/MGRS.2019.2963093]
- de Macedo K A C, Scheiber R and Moreira A. 2008. An autofocus approach for residual motion errors with application to airborne repeat-pass SAR interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 46(10): 3151-3162 [DOI: 10.1109/TGRS.2008.924004]
- Du Y N, Fu H Q, Liu L, Feng G C, Peng X and Wen D B. 2021. Orbit error removal in InSAR/MTInSAR with a patch-based polynomial model. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 102: 102438 [DOI: 10.1016/j.jag.2021.102438]
- Feng D, An D X, Huang X T and Li Y L. 2019. A phase calibration method based on phase gradient autofocus for airborne holographic SAR imaging. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 16(12): 1864-1868 [DOI: 10.1109/LGRS.2019.2911932]
- Gatti G, Tebaldini S, d' Alessandro M M and Rocca F. 2011. ALGAE: a fast algebraic estimation of interferogram phase offsets in space-varying geometries. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49(6): 2343-2353 [DOI: 10.1109/TGRS.2010.2091278]
- Iribe K, Papanthassiou K, Hajnsek I, Sato M and Yokota Y. 2010. Coherent scatterer in forest environment: detection, properties and its applications//2010 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Honolulu: IEEE: 3247-3250 [DOI: 10.1109/IGARSS.2010.5651491]
- Ji Y J and Zhang W F. 2022. Research on retrieval of forest above-ground biomass by SAR technology. *World Forestry Research*, 35(3): 32-39 (姬永杰, 张王菲. 2022. 森林地上生物量合成孔径雷达技术反演研究综述. *世界林业研究*, 35(3): 32-39) [DOI: 10.13348/j.cnki.sjlyyj.2021.0113.y]
- Kumar S, Joshi S K and Govil H. 2017. Spaceborne PolSAR tomography for forest height retrieval. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 10(12): 5175-5185 [DOI: 10.1109/JSTARS.2017.2741723]
- Li L, Chen E X, Li Z Y, Feng Q and Zhao L. 2016. A review on forest height and above ground biomass estimation based on synthetic aperture radar. *Remote Sensing Technology and Application*, 31(4): 625-633 (李兰, 陈尔学, 李增元, 冯琦, 赵磊. 2016. 合成孔径雷达森林树高和地上生物量估测研究进展. *遥感技术与应用*, 31(4): 625-633) [DOI: 10.11873/j.issn.1004-0323.2016.4.0625]
- Li W M, Li Z Y, Chen E X and Feng Q. 2014. Status and development of tomographic SAR for forest vertical structural parameters inversion. *Journal of Remote Sensing*, 18(4): 741-751 (李文梅, 李增元, 陈尔学, 冯琦. 2014. 层析SAR反演森林垂直结构参数现状及发展趋势. *遥感学报*, 18(4): 741-751) [DOI: 10.11834/jrs.20143158]
- Li X W, Liang L, Guo H D and Huang Y. 2016. Compressive sensing for multibaseline polarimetric SAR tomography of forested areas. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 54(1): 153-166 [DOI: 10.1109/TGRS.2015.2451992]

- Lu H L, Sun J L, Wang J L and Wang C L. 2022. A novel phase compensation method for urban 3D reconstruction using SAR tomography. *Remote Sensing*, 14(16): 4071 [DOI: 10.3390/rs14164071]
- Lu H L, Zhang H, Fan H T, Liu D C, Wang J L, Wan X X, Zhao L, Deng Y K, Zhao F J and Wang R. 2021. Forest height retrieval using P-band airborne multi-baseline SAR data: a novel phase compensation method. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 175: 99-118 [DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2021.02.022]
- Pang Y, Li Z Y, Ju H B, Lu H, Jia W, Si L, Guo Y, Liu Q W, Li S M, Liu L X, Xie B B, Tan B X and Dian Y Y. 2016. LiCHy: the CAF's LiDAR, CCD and hyperspectral integrated airborne observation system. *Remote Sensing*, 8(5): 398 [DOI: 10.3390/rs8050398]
- Pardini M, Papathanassiou K, Bianco V and Iodice A. 2012. Phase calibration of multibaseline SAR data based on a minimum entropy criterion//2012 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Munich: IEEE: 5198-5201 [DOI: 10.1109/IGARSS.2012.6352438]
- Reigber A and Moreira A. 2000. First demonstration of airborne SAR tomography using multibaseline L-band data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38(5): 2142-2152 [DOI: 10.1109/36.868873]
- Reigber A, Prats P and Mallorqui J J. 2006. Refined estimation of time-varying baseline errors in airborne SAR interferometry. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 3(1): 145-149 [DOI: 10.1109/LGRS.2005.860482]
- Tebaldini S. 2010. Single and multipolarimetric SAR tomography of forested areas: a parametric approach. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 48(5): 2375-2387 [DOI: 10.1109/TGRS.2009.2037748]
- Tebaldini S and Rocca F. 2009. On the impact of propagation disturbances on SAR tomography: analysis and compensation//2009 IEEE Radar Conference. Pasadena: IEEE: 1-6 [DOI: 10.1109/RADAR.2009.4976991]
- Tebaldini S, Rocca F, d'Alessandro M M and Ferro-Famil L. 2016. Phase calibration of airborne tomographic SAR data via phase center double localization. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 54(3): 1775-1792 [DOI: 10.1109/TGRS.2015.2488358]
- Wan J, Wang C C, Zhu J J and Fu H Q. 2024. Research progress on tomographic SAR three-dimensional imaging methods and forest parameter inversion. *National Remote Sensing Bulletin*, 28(3): 576-590 (万杰, 汪长城, 朱建军, 付海强. 2024. 层析SAR三维成像方法与森林参数反演研究进展. *遥感学报*, 28(3): 576-590 [DOI: 10.11834/jrs.20222107])
- Wang L X, Xiang W, Song H J, Zhang H, Zheng M J, Wang J L, Xue F L, Ai Z Y and Deng Y K. 2025. A novel phase calibration method for airborne P-, L-, and S-Band SAR tomography based on weighted phase gradient autofocus. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 63: 5223920 [DOI: 10.1109/TGRS.2025.3633509]
- Xu K P, Zhao L, Chen E X, Wang C C, Wan J, Fan Y X, Wang J, Ma Y M, Song Q, Huang P P and Li Z Y. 2025. Forest height extraction based on TomoSAR technique using a novel phase error correction method. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 63: 5216218 [DOI: 10.1109/TGRS.2025.3589110]
- Yu Y H, Tebaldini S, Mariotti d' Alessandro M, Banda F, Lei Y and Liao M S. 2025. Phase calibration of repeat-pass monostatic and bistatic airborne SAR tomographic data: a case study from the TomoSense campaign. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 63: 5222014 [DOI: 10.1109/TGRS.2025.3613167]
- Zeng G B, Xu H P, Wang Y and Liu W. 2024. A novel method for airborne SAR tomography baseline error correction driven by small baseline interferometric phase. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 62: 5225013 [DOI: 10.1109/TGRS.2024.3478055]

A multi-baseline interferometric phase error calibration method based on fast autofocus

WANG Longxiang^{1,2}, XIANG Wei¹, WANG Jili¹, ZHANG Zixuan^{1,2}, WANG Haoze^{1,2},
LU Hongliang³, SONG Hongjun¹

1. Department of Space Microwave Remote Sensing System, Aerospace Information Research Institute,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. School of Electronic, Electrical and Communication Engineering, University of Chinese Academy of Sciences,
Beijing 100049, China;

3. Qilu Aerospace Information Research Institute, Jinan 250000, China

Abstract: Synthetic Aperture Radar Tomography (TomoSAR), which is based on multi-baseline interferometry, utilizes repeat-pass monostatic or single-pass multistatic data to synthesize an aperture in the elevation direction. This technique enables 3D imaging and the high-resolution reconstruction of forest structures. However, residual phase errors between tracks frequently lead to spectral energy dispersion and image blurring, significantly compromising the accuracy and stability of forest height retrieval. Moreover, existing phase

error calibration methods require a high computational load for the tomographic imaging of large-scale forest scenarios.

To address the aforementioned issues, this study proposes a novel phase error calibration method, called Subarea Fast Contrast Optimization Autofocusing (SFCOA), which enhances the efficiency and accuracy of TomoSAR imaging. This method leverages the spatial invariance of phase errors within local subareas to reduce the dimensionality of the optimization problem. By transforming traditional pixel-by-pixel optimization into an efficient contrast maximization task that is performed over a limited number of subareas, the method significantly lowers computational complexity. In addition, a chain initialization strategy based on spatial continuity between adjacent subareas minimizes the required iterations and substantially accelerates convergence.

The proposed SFCOA method is validated using airborne P-band TomoSAR data acquired over Saihanba Forest in Northern China. SFCOA is then compared with several representative phase calibration methods, including Phase Derivative Constrained Optimization (PDCO), Phase-Shifting Interferometry (PSI), Phase Gradient Autofocus (PGA), and Network Construction (NC)-PGA. After phase error calibration, tomograms are generated using a Capon beamformer, and the resulting vertical profiles are evaluated against LiDAR measurements. The qualitative analysis of representative azimuth lines demonstrates that SFCOA achieves the narrowest main lobes, the lowest side lobes, and smooth vertical continuity in the reconstructed tomograms. By contrast, PDCO results exhibit vertical discontinuities. PSI only partially suppresses interference, with residual side lobes indicating incomplete phase error calibration. PGA achieves reasonable focus but suffers from contrast degradation near segment transitions, blurring the separation between canopy and ground reflections. Although NC-PGA reconstructs a continuous forest vertical structure, it remains inferior to SFCOA in terms of tomographic sharpness and peak localization accuracy.

Quantitative evaluations confirm the computational efficiency of SFCOA, which requires only 12.36 s to process the study area on a 2.5 GHz Intel CPU with 16 GB RAM, compared with 16.7 h for PDCO, 388.97 s for PSI, 28.25 s for PGA, and 45.39 s for NC-PGA. In forest height estimation, SFCOA also achieves superior accuracy, improving R^2 from 0.516 to 0.609, mean absolute error from 0.509 m to 0.435 m, mean absolute percentage error from 3.152% to 2.820%, and root mean square error from 0.627 m to 0.526 m relative to NC-PGA.

In summary, SFCOA provides an accurate and computationally efficient phase error calibration solution for TomoSAR in forested environments. By combining subarea processing, derivative-constrained contrast optimization, and chain initialization, it achieves an effective balance between processing speed and reconstruction quality. The method exhibits strong potential for supporting high-precision 3D forest mapping and sustainable forest management.

Key words: SAR Tomography (TomoSAR), phase error calibration, space-invariant assumption, subarea segmentation, autofocus, tomogram, forest vertical structure

Supported by National Natural Science Foundation of China (No. 62301535, 62201548); Natural Science Foundation of Shandong Province, China (No. ZR2022QF119)