

基空间非对称拉普拉斯全变分高光谱图像去噪

司伟纳, 叶军, 姜斌

南京邮电大学 理学院, 南京 210023

摘要: 真实的高光谱图像 HSI (Hyperspectral Image) 容易遭受高强度混合噪声的破坏, 如何精确地对噪声进行建模在后续处理任务中至关重要。非对称拉普拉斯噪声建模方法具有较好的混合噪声去除效果, 该类方法优点是考虑到噪声的重尾性和非对称性, 对不同波段的噪声进行建模, 然而却忽略了 HSI 梯度基空间的内在分布特征, 导致噪声残留。针对此问题, 本研究提出基空间非对称拉普拉斯全变分 BSALT (Base Space Asymmetric Laplacian Total Variational) 的 HSI 去噪模型。此外, 梯度基空间 U_i 充分保留了原始梯度图的先验信息, 能够更好地反映 HSI 梯度的稀疏先验分布特征, 并且在不同波段上呈现出独特的非对称分布。本研究通过对梯度基 U_i 和噪声的非对称分布进行探索, 精确挖掘了图像的全局低秩信息和不同波段的噪声分布特征, 从而在保持图像边缘和纹理的同时减少噪声, 避免了图像失真和过度平滑。最后, 通过交替方向乘法 ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers) 算法求解模型, 与其他对比方法进行对比, 验证本研究提出模型, 在合成和真实数据集上的实验结果表明, 本研究所提方法优于对比的其他先进的降噪方法。

关键词: 高光谱图像, 去噪, 噪声建模, 非对称拉普拉斯分布, 全变分, 梯度基空间, 交替方向乘法, 稀疏先验
中图分类号: TP751/P2

引用格式: 司伟纳, 叶军, 姜斌. 2025. 基空间非对称拉普拉斯全变分高光谱图像去噪. 遥感学报, 29(10): 3034–3046

Si W N, Ye J and Jiang B. 2025. Base space asymmetric laplacian total variational hyperspectral image denoising. National Remote Sensing Bulletin, 29(10): 3034–3046 [DOI: 10.11834/jrs.20244319]

1 引言

高光谱图像 HSI (Hyperspectral Image) 具有较高的光谱精度, 可以揭示物体特性并促进各种图像分析任务, 包括目标识别 (Tao 等, 2016)、超分辨率 (Dong 等, 2016) 和矿物勘探 (Willett 等, 2014) 等。然而, 由于外界条件和成像传感器的限制, 以及图像传输过程中热电子、暗电流等多种因素的影响, 实际获得的 HSI 不可避免地会受到各种噪声的破坏, 严重降低了图像质量。因此, 研究一种有效的图像恢复方法对于提高后续处理任务的精度至关重要。

低秩基空间正则化的去噪方法取得了显著的恢复效果。Zheng 等 (2020) 提出双因子正则化低秩张量分解 LRTFDR (Double Factor Regularized Low-Rank Tensor Factorization) 的方法, 该方法分别探索了空间因子的群稀疏性和光谱因子的连续

性, 提高了 HSI 的去噪性能。Peng 等 (2020) 考虑到 HSI 梯度基空间在所有波段上稀疏分布的独立性, 提出增强型三维全变分 E3DTV (Enhanced 3DTV) 去噪模型, 该模型对 HSI 梯度基空间施加稀疏性约束, 能够较好地映射原始图像的全局稀疏分布特征。钱妍和张莉 (2024) 提出全变分加权差正则 (Total Variation Weighted Difference Regularization) 的方法, 该方法利用 l_1 范数与 l_1 范数的全变分加权差对沿梯度映射的基矩阵施加稀疏性约束, 有效避免了图像伪影和细节信息丢失。此外, Peng 等 (2023) 提出三维相关全变分正则化 CTV (Correlated Total Variation) 的去噪方法, 该方法充分利用并编码了联合低秩和局部光滑矩阵的先验信息, 在高污染的图像数据中分离出联合低秩和局部平滑部分及高概率的稀疏部分。上述方法均假设 HSI 受到高斯噪声或拉普拉斯噪声的污染。众所周知, 噪声类型复杂多样, 且在不同波段的噪声强度也

收稿日期: 2024-07-31; 预印本: 2024-10-18

基金项目: 国家自然科学基金 (编号: 61971234); 南京邮电大学校内基金 (编号: NY220209)

第一作者简介: 司伟纳, 研究方向为模式识别、遥感图像处理和机器学习。E-mail: 17201628783@163.com

通信作者简介: 叶军, 研究方向为模式识别、机器学习和图像处理。E-mail: yj8422092@163.com

不相同, 不能简单地用高斯噪声或拉普拉斯噪声来建模。

此外, 结合神经网络和深度先验的深度学习技术在 HSI 去噪领域取得了显著进展。Cao 等 (2022) 提出深度空间—光谱全局推理网络 DSSGRN (Deep Spatial-Spectral Global Reasoning Network) 用于 HSI 去噪, 提出两个新的模块来建模和推理全局关系信息, 通过多种表征方式增强了复杂噪声的处理能力。Ma 等 (2020) 提出增强非局部级联网络注意机制 ENCAM (Enhanced Nonlocal Cascading Network with Attention Mechanism) 的 HSI 去噪方法, 该方法利用级联残差密集结构提取不同频率特征, 引入非局部结构, 采用多尺度卷积和通道关注模块增强提取的多尺度特征。但深度模块较难预测光谱相关性, 且涉及复杂的模型和大量的计算, 难以实现实时处理, 不适用于更复杂的真实噪声情况。

现有方法缺少对实际噪声分布的独立性和非对称性研究, 并且拉普拉斯分布仅对噪声的重尾性进行建模, 无法精确刻画噪声的分布特征。Xu 等 (2022) 发现真实的噪声既具有重尾性又具有非对称性, 将拉普拉斯分布推广为非对称拉普拉斯 AL (Asymmetric Laplace) 分布来模拟噪声的重尾性和非对称性, 提出非对称拉普拉斯噪声建模 BALMF (Modeling Based on Asymmetric Laplacian Noise) 的 HSI 去噪方法。该方法假设每个波段的噪声都服从 AL 分布, 结合低秩矩阵分解 LRMF (Low-Rank Matrix Factorization), 利用极大似然估计原理建立新的模型。Wang 等 (2023) 提出非对称噪声建模的深度图像先验 ALDIP-SSTV (AL Noise Modeling Deep Image Prior-Spatial Spectral Total Variation) 去噪方法, 该方法通过将非对称拉普拉斯噪声模型与深度先验相结合, 同时应用空间—光谱全变分 SSTV (Spatial-Spectral Total Variation) 约束, 有效保留了 HSI 空间维和光谱维的信息。这两种方法更精确地建立了噪声模型, 提高了 HSI 的去噪性能, 但前者未考虑空谱维的信息, 不能很好保留图像的边缘和细节信息, 后者具有较高的计算复杂度。

另外, 在对 HSI 数据的梯度基空间 $U_i \in \mathbb{R}^{M \times R}$ ($i = 1, 2, 3$) 的探索中, 发现 U_i 的直方图也呈非对称分布, 且具有重尾性。图 1 为真实数据集 urban 中的梯度基空间 U_3 的概率密度分布图, 以及其高斯概率密度拟合图、拉普拉斯概率密度拟合图和

非对称拉普拉斯概率密度拟合图。可见: U_3 是非对称的, U_3 在 0.02—0.1 和 -0.02—0.1, 频率 $f(U_3)$ 和 $f(-U_3)$ 的变化相差较大; U_3 是重尾的, U_3 的分布图大致轮廓不符合正态分布和拉普拉斯分布, 且 $f(U_3)$ 高于正态分布和拉普拉斯分布的频率。因此, U_3 既具有非对称性又具有重尾性, 服从 AL 分布。此外 U_3 值大多数为零或接近于零, U_3 具有稀疏性。

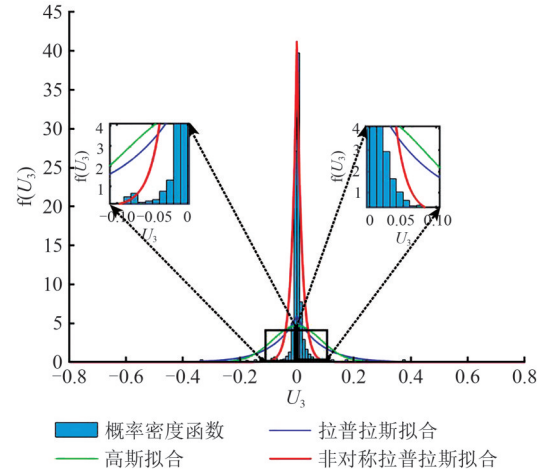


图 1 U_3 的概率密度分布图和拟合图

Fig. 1 Probability density distribution diagram and fitting diagram of U_3

据此, 本文提出基空间非对称拉普拉斯全变分 BSALT (Basis Space Asymmetric Laplacian Total Variable) 的 HSI 去噪模型, 该模型利用 AL 分布建模真实的 HSI 噪声和梯度基空间 U_i , 充分探索了 U_i 的内在分布信息及不同波段上的不同噪声模式。

2 模型构建

2.1 HSI 去噪的低秩模型

一般来说, HSI 在光谱维上具有较高的相关性, 干净的 HSI 往往有许多小的奇异值, 这意味着干净的 HSI 大多是低秩的 (Wang 等, 2023)。根据 LRMF, 对于给定的 $HSI Y \in \mathbb{R}^{M \times B}$, 则有:

$$Y = X + N = UV^T + N \quad (1)$$

等价于:

$$y_{ij} = x_{ij} + n_{ij} = u_{i,:} v_{j,:}^T + n_{ij} \quad (2)$$

式中, Y 表示观测的 HSI, $N \in \mathbb{R}^{M \times B}$ 表示噪声, $X \in \mathbb{R}^{M \times B}$ 表示干净的 HSI, $U \in \mathbb{R}^{M \times R}$ 和 $V \in \mathbb{R}^{B \times R}$ 的秩值均为 R 。M、H 和 B 分别表示 HSI 的高度、宽度和光谱波段数。 $u_{i,:}$ 表示 U 的第 i 行, $v_{j,:}$ 表示 V 的第 j 行。

2.2 非对称拉普拉斯去噪模型

去噪任务中的噪声建模可以看作一种是先验信息。大多数方法简单地将噪声建模为高斯分布或拉普拉斯分布，不能准确反映实际 HSI 成像中的复杂噪声，且忽略了 HSI 噪声的非对称性。因此，Xu 等 (2022) 考虑到实际的噪声分布，将噪声建模为 AL 分布，提出非对称拉普拉斯噪声建模 (BALMF) 的去噪方法来获得更好的性能。

假设噪声 N 服从 AL 分布，则有：

$$n_{ij} \sim \text{AL}_j(n_{ij} | 0, \lambda_j, \kappa_j) \quad \forall j = 1, 2, \dots, B \quad (3)$$

式中， λ_j 、 κ_j 分别为尺度和非对称参数，尺度参数可以看作方差的倒数，非对称参数的取值为 0—1。

AL 分布的概率密度函数为

$$p_{\text{AL}}(x; \mu, \lambda, \kappa) \exp(-|x - \mu| \lambda \eta) \quad (4)$$

式中， $\eta = \kappa \mathbb{I}(x \geq 0) + (1 - \kappa) \mathbb{I}(x < 0)$ ， $\mathbb{I}(x \geq 0)$ 是指示函数，如果 $x > 0$ ， $\mathbb{I}$ 取 1，否则为 0。

根据式 (2)、(3) 和 (4) 可以得到对数似然函数为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{i=1}^{MH} \sum_{j=1}^B \log \text{AL}_j(x_{ij}, \lambda_j, \kappa_j) = \\ & \sum_{i=1}^{MH} \sum_{j=1}^B \log(\lambda_j \kappa_j (1 - \kappa_j)) - |y_{ij} - x_{ij}| \lambda_j \eta_{ij} \end{aligned} \quad (5)$$

具体迭代规则详见 Xu 等 (2022)。参数 λ_j 、 κ_j 的更新结果如下：

$$\lambda_j = \frac{MH}{\sum_{i=1}^{MH} \eta_{ij} |y_{ij} - x_{ij}|} \quad (6)$$

$$\kappa_j = \frac{\xi_j + 2MH - \sqrt{\xi_j^2 + 4(MH)^2}}{2\xi_j} \quad (7)$$

式中， $\xi_j = \lambda_j \sum_{i=1}^{MH} (y_{ij} - x_{ij})$ ， M 和 H 分别表示 HSI 的高度和宽度。

由最大似然估计可以得到：

$$\min_{U, V} \|W \odot (Y - UV^T)\|_1 \quad (8)$$

式中， W 为非对称辅助参数， W 的 (i, j) 项为 $w_{ij} = \lambda_j \eta_{ij}$ ， $\odot$ 表示元素积。等价于：

$$\begin{aligned} \min_{X, Z, U, V} \|Z\|_1 \\ \text{s.t. } Z = W \odot (Y - X), X = UV^T \end{aligned} \quad (9)$$

式中， $Z \in \mathbb{R}^{MH \times B}$ ， $X \in \mathbb{R}^{MH \times B}$ 为两个辅助变量。

2.3 增强型维全变分 (E3DTV)

Peng 等 (2020) 考虑到 HSI 的梯度图在不同波段之间存在不同的相关稀疏结构，提出增强型

三维全变分 (E3DTV) 正则化模型，该模型没有对梯度图本身施加稀疏约束，而是对梯度图沿其频带的基空间上施加稀疏性约束，提高了局部平滑性并保证了稀疏性。E3DTV 的去噪模型可表示为

$$\begin{aligned} \|X\|_{\text{E3DTV}} &= \sum_{j=1}^3 \|U_j\|_1 \\ D_j X &= U_j V_j^T, V_j^T V_j = I, j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (10)$$

式中， $U_j \in \mathbb{R}^{MH \times R}$ ， $V_j \in \mathbb{R}^{R \times R}$ 。 $D_j X$ ($j = 1, 2, 3$) 分别为沿水平、垂直和光谱方向的差分运算。

3 去噪方法与优化算法

3.1 基空间非对称拉普拉斯全变分的去噪方法 (BSALTV)

考虑到 HSI 的噪声及梯度基空间 $U_i \in \mathbb{R}^{MH \times R}$ 都具有重尾性和非对称性，因此同时对噪声和梯度基空间 U_i 做非对称 (AL) 建模，利用 U_i 在原始梯度图上的先验信息，提出基空间非对称拉普拉斯全变分 BSALTV (Base Space Asymmetric Laplacian Total Variational) 的 HSI 去噪方法。该方法探索了梯度基空间的内在分布情况及不同波段的稀疏结构，避免了过度平滑，利用空间和光谱维的相关性，提高了去噪过程中的信息保持能力。具体模型如下：

$$\begin{aligned} \min \tau \sum_{i=1}^3 \|W_i \odot U_i\|_1 + \lambda \|W \odot N\|_1 \\ \text{s.t. } Y = X + N, D_i X = U_i V_i, V_i^T V_i = I \\ V_i \in \mathbb{R}^{B \times R}, U_i \in \mathbb{R}^{MH \times R}, i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (11)$$

式中， Y 、 X 、 N 分别为观测的 HSI 数据，干净的 HSI 和噪声， W 和 W_i ($i = 1, 2, 3$) 为非对称辅助参数， λ 和 τ 为正则化参数。

3.2 优化算法

通过 ADMM 算法求解式 (11)，并利用增广拉格朗日函数可以将式 (11) 转化为式 (12)。则有：

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(X, N, U_i, V_i, Z_i, A_i) = & \sum_{i=1}^3 \|Z_i\|_1 + \lambda \|W \odot N\|_1 + \\ & \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^3 \left\| Z_i - W_i \odot U_i + \frac{A_i}{\mu} \right\|_F^2 + \\ & \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^3 \left\| D_i X - U_i V_i^T + \frac{A_{i+3}}{\mu} \right\|_F^2 + \\ & \frac{\mu}{2} \left\| Y - X - N + \frac{A_7}{\mu} \right\|_F^2 \end{aligned} \quad (12)$$

式中， μ 是惩罚参数， A_i ($i = 1, 2, 3$) 是拉格朗日

乘子。在 ADMM 框架中, 需将其他变量固定, 然后交替优化式 (12) 中涉及的每个变量。

更新 $\mathbf{X}$, 式 (12) 中的更新同文献方法 (Peng 等, 2020):

$$\begin{cases} \mathbf{J} = \mu(\mathbf{Y} - \mathbf{N}) + \mathbf{A}_7 + \sum_{i=1}^3 D_i^T (\mu \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T - \mathbf{A}_{i+3}) \\ \mathbf{T} = |\text{fftn}(\mathbf{D}_1)|^2 + |\text{fftn}(\mathbf{D}_2)|^2 + |\text{fftn}(\mathbf{D}_3)|^2 \\ \mathbf{X}^{k+1} = \text{ifftn} \left(\frac{\text{fftn}(\text{Fold}(\mathbf{J}))}{\mu \mathbf{I} + \mu \mathbf{T}} \right) \end{cases} \quad (13)$$

式中, D_i^T 表示 D_i 的转置算子, fftn 和 ifftn 分别表示快速傅里叶变换和其逆变换, $|\cdot|^2$ 表示元素平方运算。

更新式 (12) 中的 $\mathbf{Z}_i (i = 1, 2, 3)$, 同文献 (Cai 等, 2022), 有:

$$\mathbf{Z}_i^{k+1} = \mathcal{S}_{\frac{\tau}{\mu}} \left(\mathbf{W}_i \odot \mathbf{U}_i - \frac{\mathbf{A}_i}{\mu} \right) \quad (14)$$

更新式 (12) 中的 $\mathbf{U}_i (i = 1, 2, 3)$, 同文献 (Fan 等, 2019) 可以得到:

$$\mathbf{U}_i^{k+1} = \frac{\mu \mathbf{Z}_i + (\mu D_i \mathbf{X} + \mathbf{A}_{i+1}) \mathbf{V}_i - \mathbf{A}_{i+4}}{\mu \mathbf{I} + \mu \mathbf{W}_i} \quad (15)$$

更新式 (12) 中的 $\mathbf{V}_i (i = 1, 2, 3)$, 同文献 (Peng 等, 2020), 可以得到 $\mathbf{V}_i$ 的更新方程为

$$\begin{cases} [\mathbf{B}, \mathbf{D}, \mathbf{C}] = \text{svd} \left(\left(D_i \mathbf{X} + \frac{\mathbf{A}_{i+3}}{\mu} \right)^T \mathbf{U}_i \right) \\ \mathbf{V}_i^{k+1} = \mathbf{B} \mathbf{C}^T \end{cases} \quad (16)$$

更新 $\mathbf{N}$, 同文献方法 (Wang 等, 2018), 有:

$$\mathbf{N}^{k+1} = \frac{\mu(\mathbf{Y} - \mathbf{X}) + \mathbf{A}_7}{\mathbf{W} + \mathbf{I}} \quad (17)$$

更新拉格朗日乘子 $\mathbf{A}_i (i = 1, 2, 3)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i^{k+1} &= \mathbf{A}_i + \mu(\mathbf{Z}_i - \mathbf{W}_i \odot \mathbf{U}_i) \\ \mathbf{A}_{i+3}^{k+1} &= \mathbf{A}_{i+3} + \mu(D_i \mathbf{X} - \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T) \\ \mathbf{A}_7^{k+1} &= \mathbf{A}_7 + \mu(\mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{N}) \end{aligned} \quad (18)$$

3.3 算法的计算复杂度分析

在上述算法中, $\mathbf{Z}_i, \mathbf{U}_i (i = 1, 2, 3)$ 的计算复杂度都为 $o(\text{MHR})$ (Zheng 等, 2020), $\mathbf{X}$ 的计算复杂度为 $o(\text{MHB} \log(\text{MH}))$ (Peng 等, 2020), $\mathbf{N}$ 的计算复杂度为 $o(\text{MHB})$ (Zhang 等, 2022a), $\mathbf{V}_i$ 的时间复杂度为 $o(\text{BR}^2)$ (Peng 等, 2020), 因此, 所提算法的计算复杂度为 $o(6\text{MHR} + \text{MHB} + \text{BR}^2 + \text{MHB} \log(\text{MH}))$ 。此外, 得到式 (9) 需迭代 λ, η, κ , 且它们的计算复杂度都为 $o(B)$ (Xu 等, 2022), 因此, 总的计算复杂度为 $o(6\text{MHR} + \text{MHB} + \text{BR}^2 +$

$\text{MHB} \log(\text{MH}) + 3B)$ 。

综上所述可以得到算法 1:

算法 1: BSALTV 求解算法

输入: 含噪高光谱图像 $\mathbf{Y}$, 正则化参数 λ, τ , 秩 r , 收敛条件 $\varepsilon = 10^{-6}$, $\mu = 0.05$, $\mu_{\max} = 10^6$

初始化:

$\mathbf{X}, \mathbf{U}_i, \mathbf{V}_i, \mathbf{N}, \mathbf{A}_i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$

通过式 (13) 和 (17), 更新 $\mathbf{X}, \mathbf{N}$

通过式 (14)、(15) 和 (16), 更新 $\mathbf{Z}_i, \mathbf{U}_i, \mathbf{V}_i$

通过式 (18), 更新 $\mathbf{A}_i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$

更新惩罚因子: $\mu = \min(\rho\mu, \mu_{\max})$

迭代终止条件:

$$\|\mathbf{Y} - \mathbf{X} - \mathbf{N}\|_F / \|\mathbf{Y}\|_F \leq \varepsilon,$$

$$\|D_i \mathbf{X} - \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T\|_F \leq \varepsilon, i = 1, 2, 3$$

输出: 干净的 HSI $\mathbf{X}$

4 实验结果与讨论

4.1 对比算法

模拟和真实数据实验都证明了本文方法在 HSI 去噪的有效性。为了验证本文方法的性能, 选取 5 种现有的 HSI 去噪方法与本文提出方法进行比较, 即 BALMF (Xu 等, 2022)、CTV (Peng 等, 2023)、E3DTV (Peng 等, 2020) 以及 DSSGEN (Cao 等, 2022) 和 ENCAM (Ma 等, 2020) 方法。其中, BALMF 通过将噪声建模为 AL 分布, 结合 LRMF 框架去除噪声。CTV 可以同时编码低秩和局部平滑性, 实现对低秩局部光滑部分和稀疏部分的分离。DSSGRN 通过对全局空间和光谱相关信息进行建模和推理进行去噪。ENCAM 能更有效地提取联合空间—频谱特征。E3DTV 利用梯度图沿其频带基空间上的稀疏性, 进一步去噪。具体参数详见参考文献。所有实验都是在 Windows10 上使用 MATLAB (R2021a) 实现的, 其具有 Intel Core i5-8265U 1.60 GHz 1.80 GHz 处理器和 8-GB RAM。

4.2 评价指标

为了比较不同方法的性能, 采用平均峰值信噪比 MPSNR (Mean Peak Signal-to-Noise Ratio) (Zhang 等, 2022b)、平均结构相似指数 MSSIM (Mean Structural Similarity Index) (Wang 等, 2004) 和相对全局精度误差 ERGAS (Error Relative Global Accuracy) (Wang 等, 2018) 客观评价恢复质量:

$$\text{PSNR}_i = 10 \times \lg \frac{MH}{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^H (X_i(x,y) - Y_i(x,y))^2} \quad (19)$$

$$\text{MPSNR} = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \text{PSNR}_i \quad (20)$$

$$\text{SSIM}_i = \frac{(2\mu_{X_i}\mu_{Y_i} + C_1)(2\sigma_{X_iY_i} + C_2)}{(\mu_{X_i}^2 + \mu_{Y_i}^2 + C_1)(\sigma_{X_i}^2 + \sigma_{Y_i}^2 + C_2)} \quad (21)$$

$$\text{MSSIM} = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \text{SSIM}_i \quad (22)$$

$$\text{ERGAS} = \sqrt{\frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \frac{\text{mse}(\text{ref}_i, \text{res}_i)}{\text{Mean}_2(\text{ref}_i)}} \quad (23)$$

式中, X_i , Y_i 分别表示原始和恢复图像的第*i*个波段, μ_{X_i} , μ_{Y_i} 分别代表对应波段的像素平均值, $\sigma_{X_i}^2$, $\sigma_{Y_i}^2$ 代表其对应方差, $\sigma_{X_iY_i}$ 表示其协方差, C_1 , C_2 是常数。 ref_i , res_i 分别表示参考图像和恢复图像的第*i*个波段。

4.3 模拟数据实验

利用Pavia city center (Pavia) 和DC mall (DC) 数据集进行模拟实验, 数据集的大小分别为 $200 \times 200 \times 80$ 和 $256 \times 256 \times 191$ 。真实的HSI通常包含各种噪声, 如高斯噪声, 脉冲噪声、死线和条纹等。为了模拟真实HSI, 在干净的HSI中加入3种

类型的噪声, 这些噪声的具体设置细节设置如下。

情况1: 在Pavia和DC数据集的每个波段加入方差为0.1的零均值高斯噪声, 在Pavia和DC数据集的每个波段加入密度为0.01的脉冲噪声。

情况2: 与情况1一样, 加入高斯噪声和脉冲噪声。此外, 对于DC数据集, 从区间91到区间130添加死线, 数量从3到10随机选择, 宽度从1到3随机生成, 从区间161到区间190添加条纹, 条纹的数量从20到40随机选择。对于Pavia数据集, 从区间51到区间80添加死线, 数量从3到10随机选择, 宽度从1到3随机生成, 从区间21到区间70添加条纹, 条纹的数量从20到40随机选择。

情况3: 在Pavia和DC数据集中, 每个波段上随机加入方差为0—0.2零均值高斯噪声; 其次, 在每个波段中随机加入密度百分比为0—20%的脉冲噪声。

对死线和条纹的模拟与情况2相同。表1为3种噪声情况下BALMF、CTV、E3DTV、DSSGRN、ENCAM及本文方法的定量结果。可见: 随着噪声量级的增加, 噪声的非对称性越强; 本文方法的去噪效果越好。

表1 两种模拟数据集上不同去噪方法的定量评价结果

Table 1 Quantitative evaluation results of different denoising methods on two simulation datasets

数据集	情况	情况	噪声	BALMF	CTV	E3DTV	DSSGRN	ENCAM	BSALTV
Pavia	情况1	MPSNR	19.128	30.665	34.103	<u>34.754</u>	25.087	19.372	35.825
		MSSIM	0.4113	0.8783	0.9444	<u>0.9510</u>	0.7582	0.5045	0.9599
		ERGAS	407.31	111.39	74.699	<u>71.123</u>	228.50	418.95	60.162
	情况2	MPSNR	18.393	30.353	33.285	<u>34.144</u>	26.703	27.159	35.019
		MSSIM	0.3782	0.8719	0.9383	<u>0.9466</u>	0.7730	0.8302	0.9548
		ERGAS	440.67	118.89	80.221	<u>75.353</u>	202.55	162.27	65.716
	情况3	MPSNR	14.166	29.150	34.440	<u>34.578</u>	24.299	19.376	35.162
		MSSIM	0.2224	0.8850	0.9508	<u>0.9517</u>	0.7272	0.4817	0.9566
		ERGAS	766.21	204.81	<u>71.145</u>	73.849	246.20	437.17	65.385
DC	情况1	MPSNR	19.194	32.168	<u>35.226</u>	34.701	23.870	28.753	37.367
		MSSIM	0.4042	0.9032	<u>0.9530</u>	0.9462	0.6827	0.8459	0.9699
		ERGAS	421.88	94.045	<u>66.337</u>	76.133	280.28	158.75	51.737
	情况2	MPSNR	18.960	31.980	<u>35.009</u>	34.338	24.184	28.310	37.116
		MSSIM	0.3949	0.8981	<u>0.9510</u>	0.9427	0.6677	0.8359	0.9686
		ERGAS	438.84	98.359	<u>68.227</u>	78.374	289.84	167.44	53.255
	情况3	MPSNR	14.386	29.048	35.165	<u>35.283</u>	21.934	19.608	37.156
		MSSIM	0.2394	0.8474	0.9528	<u>0.9550</u>	0.6103	0.4828	0.9706
		ERGAS	835.82	222.44	<u>68.054</u>	74.153	346.01	510.37	53.729

注: 加粗表示最优结果, 下划线表示次优结果。非对称拉普拉斯噪声建模BALMF(Modeling Based on Asymmetric Laplacian Noise), 三维相关全变分正则化CTV(Correlated Total Variation), 增强型三维全变分E3DTV(Enhanced 3DTV), 深度空间—光谱全局推理网络DSSGRN(Deep Spatial-Spectral Global Reasoning Network), 增强非局部级联网络注意机制ENCAM(Enhanced Nonlocal Cascading Network with Attention Mechanism), 基空间非对称拉普拉斯全变分BSALTV(Base Space Asymmetric Laplacian Total Variational)。平均峰值信噪比MPSNR(Mean Peak Signal-to-Noise Ratio)、平均结构相似指数MSSIM(Mean Structural Similarity Index)和相对全局精度误差ERGAS(Error Relative Global Accuracy)。

图2和图3分别为模拟噪声Pavia情况1和DC情况3的去噪放大效果。在情况1中高斯噪声占其它噪声的主导地位。由图2可见: BALMF和ENCAM中仍存在较重的高斯噪声; CTV基本去除了混合噪声, 但仍残留少量高斯噪声, 不能很好的处理图像细节; DSSGRN可以去除一些混合噪声, 但由于其过度平滑处理, 造成光谱失真和图像细节

丢失; E3DTV和本文所提出的方法可以很好地去除混合噪声, 但E3DTV处理后的图像呈现出较为明显的过度平滑现象, 导致恢复图像细节信息和纹理信息的丢失; 相比之下, 本文方法可以有效去除混合噪声, 在恢复全局结构和局部细节方面都优于其他比较方法。

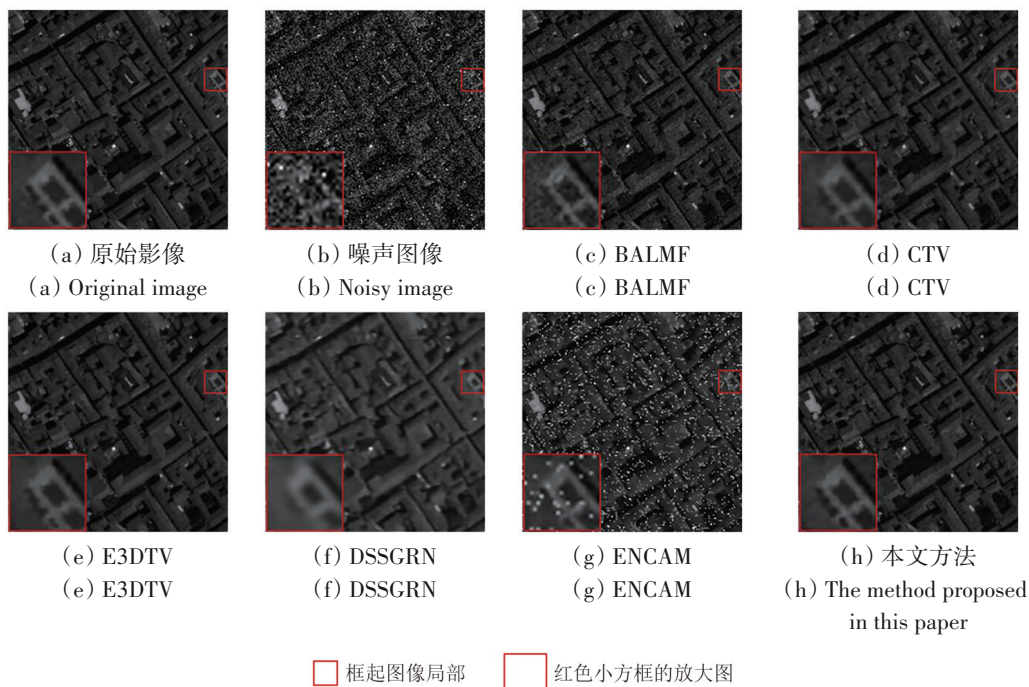
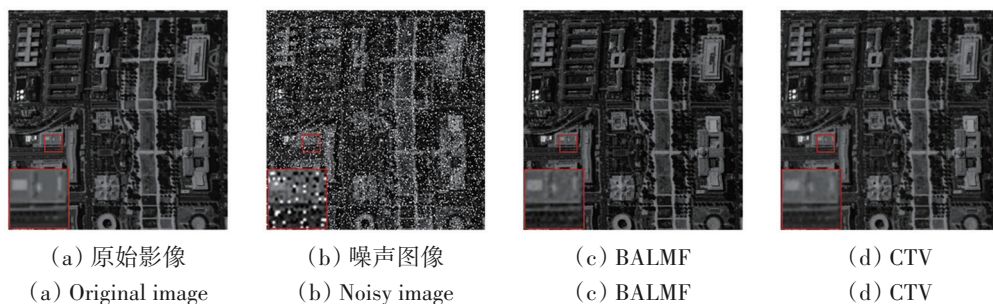


图2 情况1 Pavia city center数据集第12波段恢复效果

Fig. 2 Restored results of band 12th in Pavia dataset of case 1

由图3可见 BALMF和CTV中噪声的去噪效果不佳; DSSGRN在混合噪声去除方面具有一定应用价值, 可对部分混合噪声进行有效抑制, 但该方法因存在过度平滑的固有缺陷, 易使处理后的图像面临光谱失真与细节丢失的双重问题; ENCAM的处理能力存在局限, 在其输出结果中, 仍残留有较为明显的噪声, 未能实现充分抑制; 但在图3中, 可以看到E3DTV在处理过程中会使图像产生明显的过度平滑效果, 进而导致恢复后的图像丢失部分细节与纹理信息。

为了直观验证各种比较方法去除噪声的能力去噪后的垂直平均曲线见图4。可见本文方法的轮廓曲线最接近干净图像, 与图3所示的视觉对比度一致。总的来说, 与其他方法相比, 本文方法保留了其他方法无法保留的细节, 进一步证明了该方法在保留结构信息及降噪方面的优越性。图5比较了情况2情况下两个数据集在不同方法下的PSNR和SSIM值。本文方法几乎在每个波段都比其他方法获得更高的PSNR值和SSIM值, 再次验证了本文方法在去除HSI混合噪声方面的有效性。



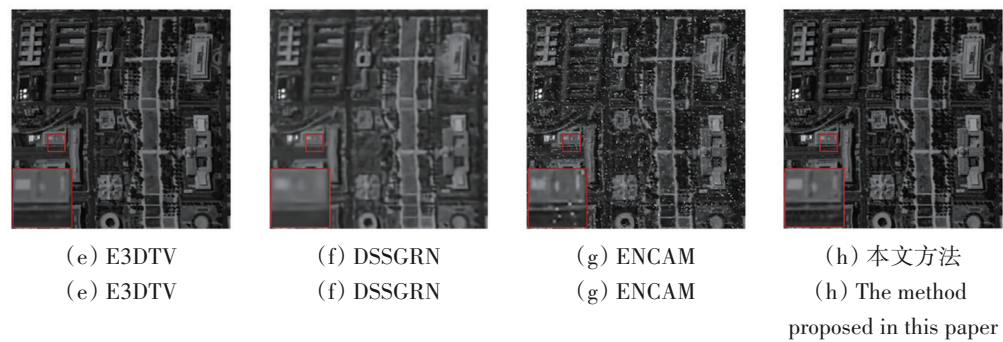


图3 情况3 DC mall数据集第53波段的恢复效果
Fig. 3 Restored results of band 53th in DC dataset of case3

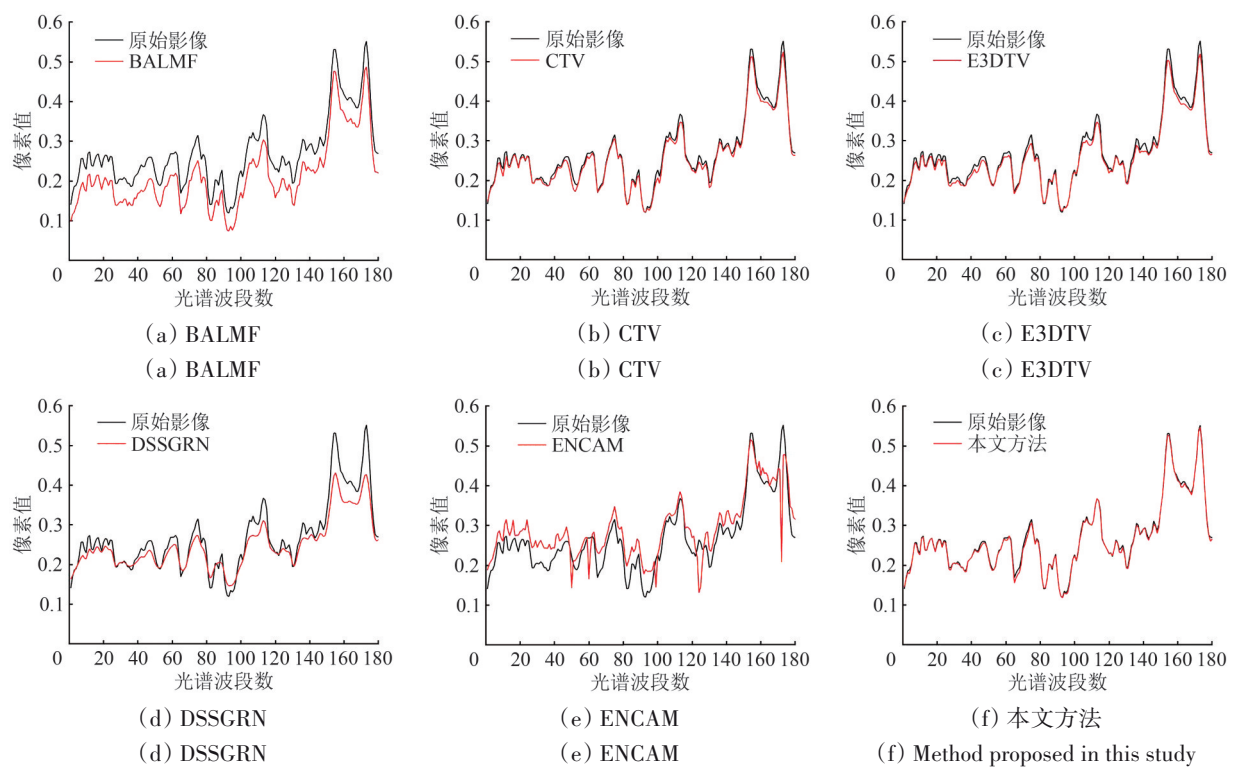
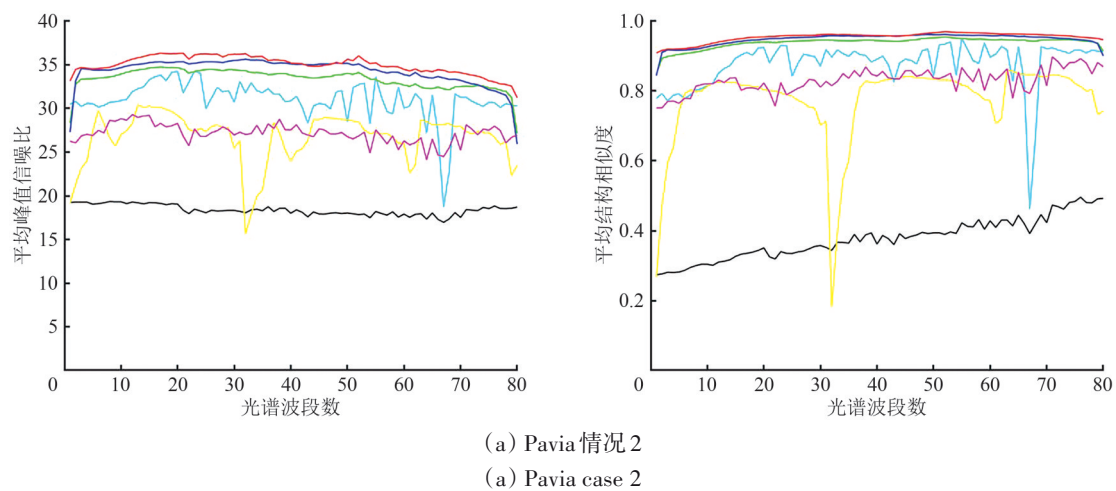


图4 DC数据集情况3中不同方法下恢复结果的垂直平均曲线的对比
Fig. 4 Comparison of the vertical average curves of the recovery results under different methods in case 3 of the DC dataset



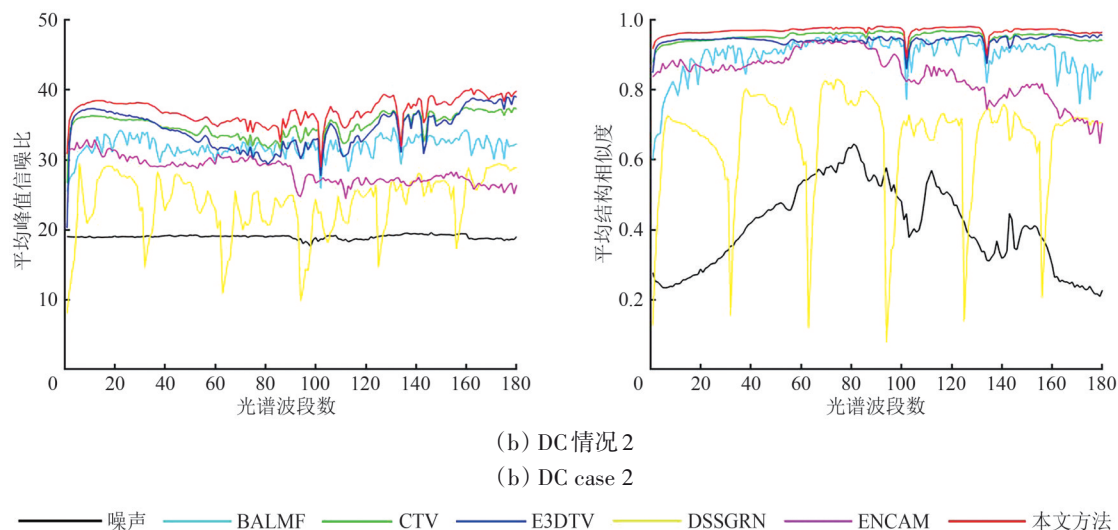


图5 两种数据集下不同方法的PSNR和SSIM的对比图

Fig. 5 Comparison of PSNR and SSIM of different methods in two datasets

4.4 真实数据实验

真实数据集 Urban 包含 210 个波段, 每个波段的大小为 200×200 。图 6 展示了 207 波段的噪声图及不同去噪结果, 噪声图由强烈的混合噪声组成。通过局部放大可以看出, BALMF 即使恢复了细节, 但由于恢复图像的对比度不足, 导致图像过于暗淡。ENCAM 去噪后的结果仍然存在大量高斯噪声和水平条纹噪声。CTV 可以去除大部分噪声, 但水平条纹噪声的去除效果不佳。DSSGRN 在很大程度上去除了混合噪声, 但恢复后的图像过于平滑,

造成光谱失真, 丢失了更多的细节。而 E3DTV 和本文所提出方法在去除噪声的同时保持了底层结构, 重构了更加清晰的边缘, 展示了优越的去噪性能。为了进一步证明本文方法去除混合噪声的能力, 图 7 给出了像素 (99, 99) 在去噪前后的光谱特征曲线。可以看到, E3DTV 显示出过于平滑的光谱特征, 不能很好地保留图像细节信息, 本文方法可以较好地保留图像的结构信息, 得到了更接近原始曲线的光谱曲线, 表明其降噪能力优于其他比较方法。

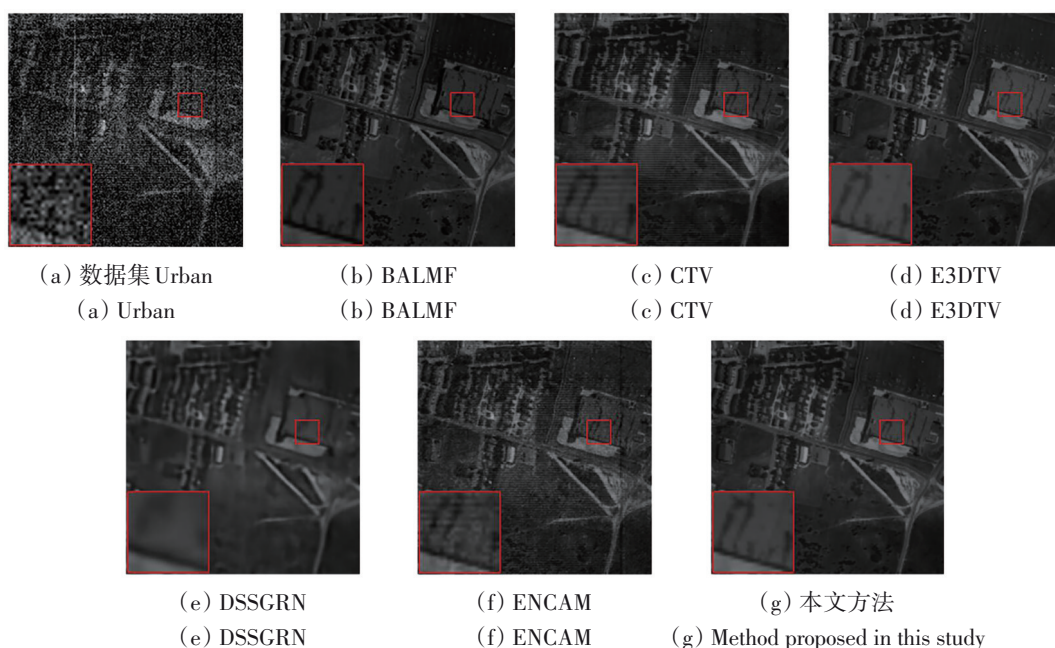


图6 真实数据集 Urban 不同方法第 207 波段去噪效果对比

Fig. 6 Comparison of denoising effects of different methods in the 207th band on the real dataset Urban

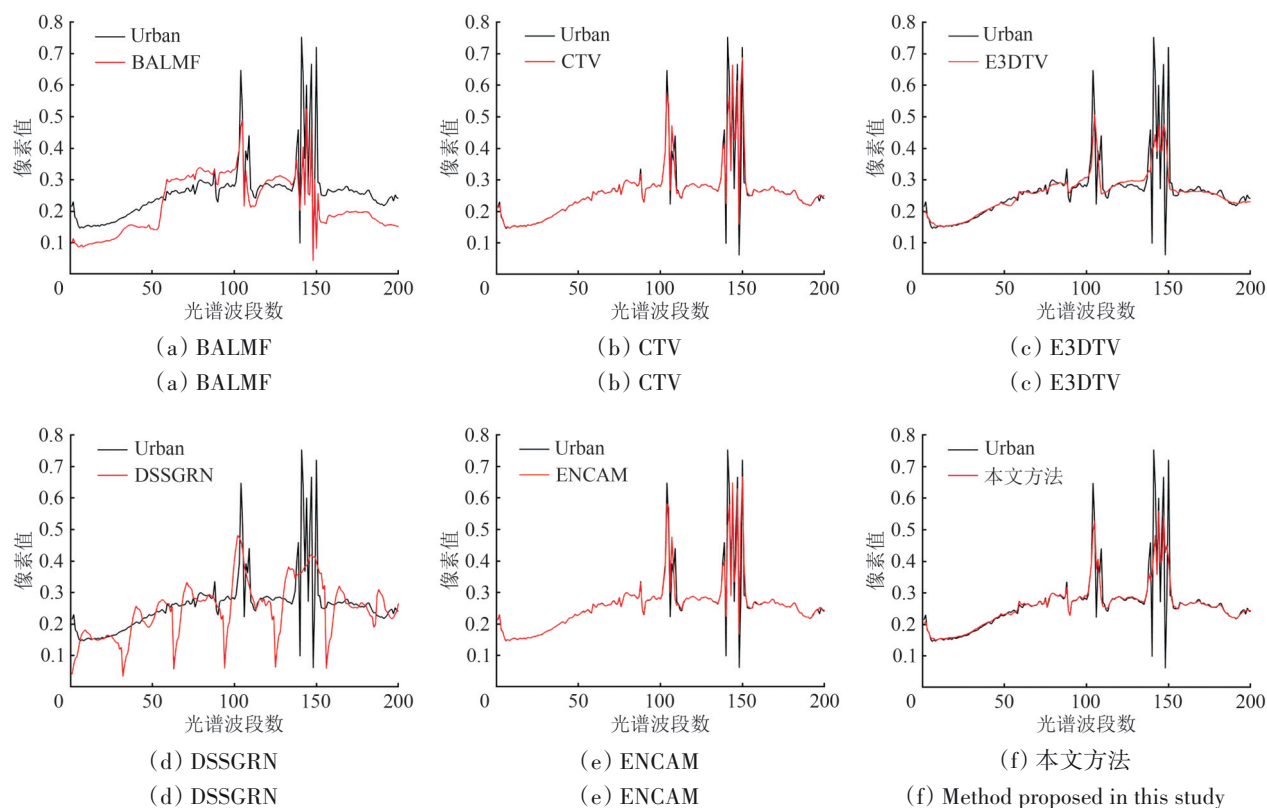


图7 真实数据集 Urban 不同方法第(99,99)波段的光谱曲线对比

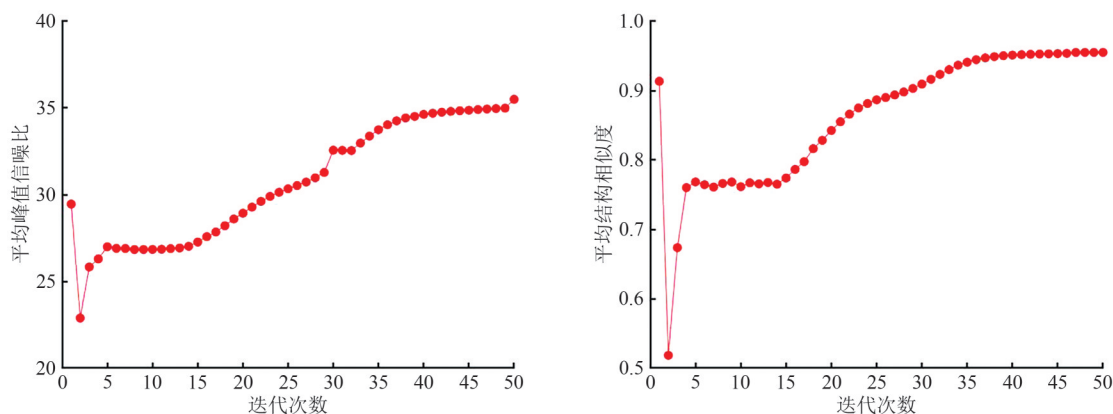
Fig. 7 Comparison of spectral curves of the (99th, 99th) bands in the real dataset Urban by different methods

4.5 收敛性及参数分析

本文通过实验验证了所提方法的收敛性。图8为不同迭代次数下, 利用本文方法测得的MPSNR和MSSIM值。可见迭代30步后MPSNR和MSSIM值趋于稳定, 表明本文方法收敛于稳定解。

本文涉及到的参数分别是 λ , τ , r , 参数的选择决定了HSI去噪的结果。上述参数的敏感性的分析如下:

(1) 参数 λ , τ 的分析。图9可见参数 λ 和 τ 与MPSNR、MSSIM之间的关系, 可以看出本文方法对这两个参数具有相对的鲁棒性和稳定性, 当 λ 和 τ 分别在 $[10^{-2}, 10^2]$ 和 $[10^{-4}, 10^0]$ 时, 可以产生更好地结果。在Pavia数据集中, λ 和 τ 的最优值分别取1和 $0.001 \times \sqrt{200 \times 200}$; 在DC数据集中, λ 和 τ 的最优值分别取0.8和 $0.001 \times \sqrt{256 \times 256}$ 。



(a) Pavia 情况2

(a) Pavia case 2

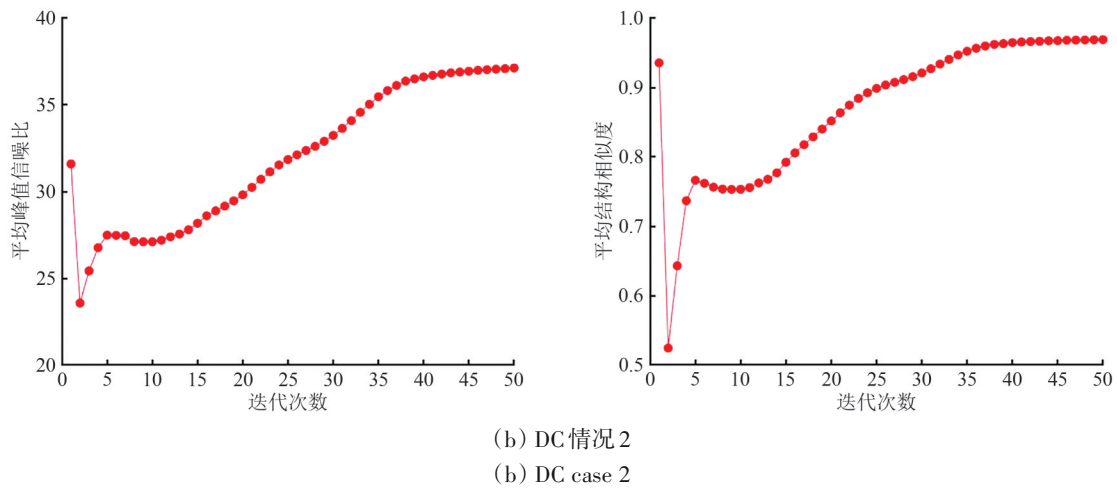
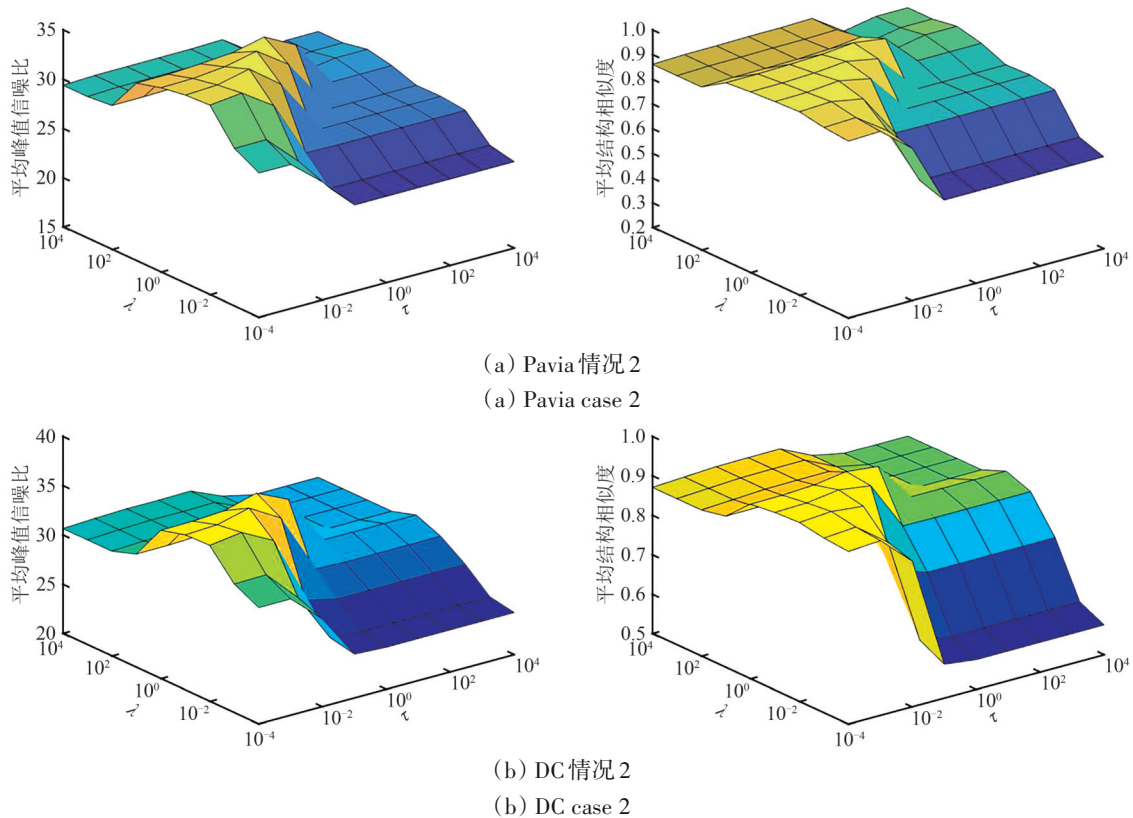


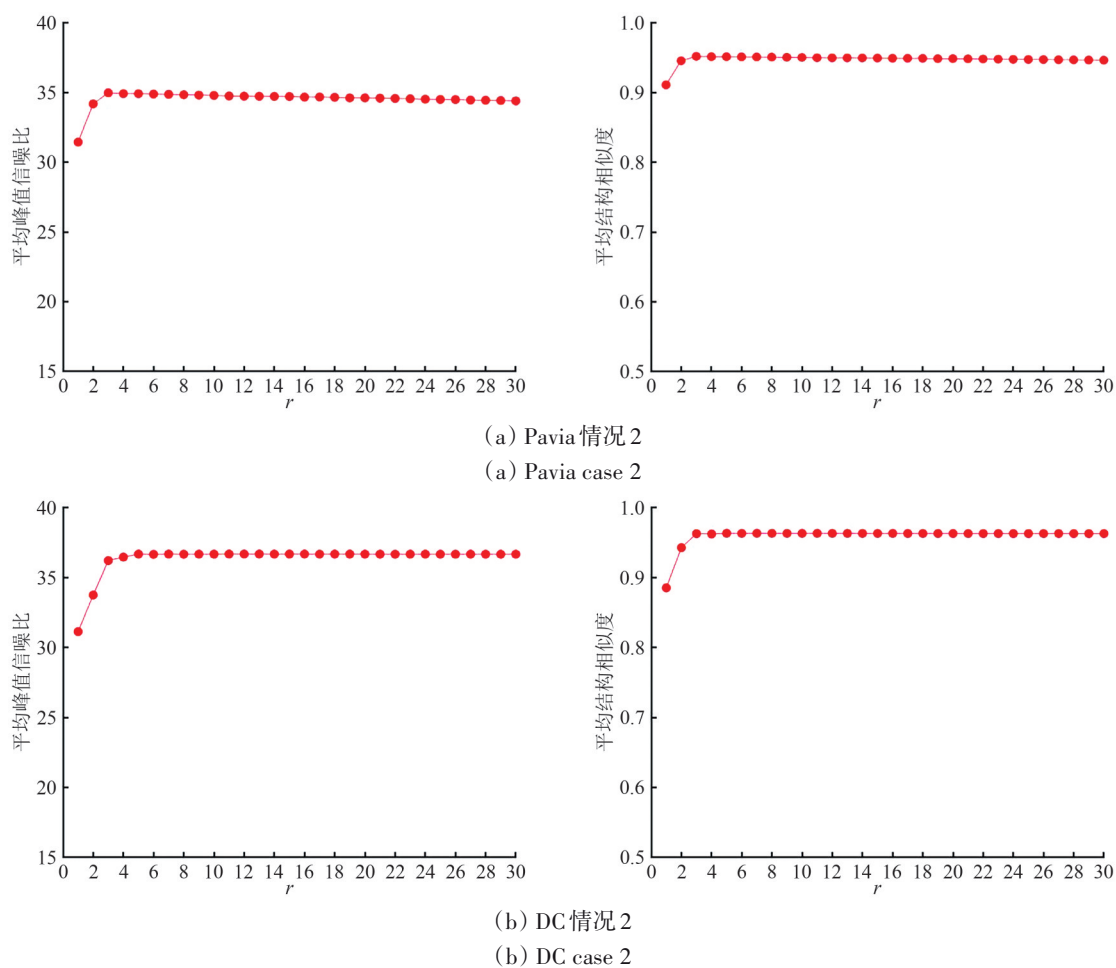
图8 两种数据集下平均峰值信噪比和平均结构相似度随迭代次数的变化

Fig. 8 Changes of MPSNR and MSSIM with the number of iterations

图9 平均峰值信噪比和平均结构相似度随参数 λ, τ 的变化Fig. 9 Changes of MPSNR and MSSIM with parameters λ, τ

(2) 参数 r 的分析。本文采取人工实验调整的方法来确定参数 r 的最优设置。图10给出了Pavia和DC数据集中情况2的指标MPSNR和MSSIM的变化情况,从中可以发现,当选择的秩大于最优秩时,

情况2趋于稳定值,故本文方法随着秩 r 的增加具有很强的鲁棒性。本文设定 r 的范围为1—30步长为2,将Pavia数据集的最优秩 r 设置为3,DC数据集的最优秩 r 设置为6。

图 10 平均峰值信噪比和平均结构相似度随秩 r 的变化Fig. 10 Changes of MPSNR and MSSIM with rank r

5 结 论

为了充分利用图像的内在分布特征, 利用 AL 分布来建模真实的 HSI 噪声和梯度基空间, 提出了基空间非对称拉普拉斯全变分 (BSALT_V) 的 HSI 去噪模型, 并在模拟和真实数据集上进行验证。主要结论如下:

(1) 梯度基空间 U_i 充分保留了 HSI 梯度图的先验信息, 通过探索 U_i 的非对称结构, 可以充分表征梯度基空间的内在结构并防止恢复后的图像过于平滑。

(2) 利用噪声和梯度基空间呈现重尾性和不对称的特点, 将噪声和梯度基空间建模为非对称 (AL) 分布, 不仅能够很好地反映 HSI 梯度在所有波段的不同相关稀疏结构, 而且有效地保留了图像中的边缘和细节, 探索了空间光谱维的低秩先验信息, 提高了 HSI 去噪性能。

(3) 采用交替方向乘子法 (ADMM) 求解本

文模型, 推导出交替迭代规则, 仿真和真实实验验证了该方法比其他现有方法具有更好的性能。本文算法将 HSI 展开为矩阵存在没有利用 HSI 的多维结构的问题, 下一步研究将考虑当前模型与三维深度神经网络相结合, 进一步提高去噪效果和稳定性。

参考文献 (References)

- Cai J Y, He W and Zhang H Y. 2022. Anisotropic spatial-spectral total variation regularized double low-rank approximation for HSI denoising and destriping. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60: 5536619 [DOI: 10.1109/TGRS.2022.3202714]
- Cao X Y, Fu X Y, Xu C and Meng D Y. 2022. Deep spatial-spectral global reasoning network for hyperspectral image denoising. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60: 5504714 [DOI: 10.1109/TGRS.2021.3069241]
- Dong W S, Fu F Z, Shi G M, Cao X, Wu J J, Li G Y and Li X. 2016. Hyperspectral image super-resolution via non-negative structured sparse representation. *IEEE Transactions on Image Processing*,

- 25(5): 2337-2352 [DOI: 10.1109/TIP.2016.2542360]
- Fan H X, Li J, Yuan Q Q, Liu X X and Ng M. 2019. Hyperspectral image denoising with bilinear low rank matrix factorization. *Signal Processing*, 163: 132-152 [DOI: 10.1016/j.sigpro.2019.04.029]
- Ma H W, Liu G C and Yuan Y. 2020. Enhanced non-local cascading network with attention mechanism for hyperspectral image denoising//2020 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Barcelona: IEEE: 2448-2452 [DOI: 10.1109/ICASSP40776.2020.9054630]
- Peng J J, Wang Y, Zhang H Y, Wang J J and Meng D Y. 2023. Exact decomposition of joint low rankness and local smoothness plus sparse matrices. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 45(5): 5766-5781 [DOI: 10.1109/TPAMI.2022.3204203]
- Peng J J, Xie Q, Zhao Q, Wang Y, Yee L and Meng D Y. 2020. Enhanced 3DTV regularization and its applications on HSI denoising and compressed sensing. *IEEE Transactions on Image Processing*, 29: 7889-7903 [DOI: 10.1109/TIP.2020.3007840]
- Qian Y and Zhang L. 2024. Hyperspectral image denoising algorithm based on total variation weighted difference regularization. *Journal of Hefei University of Technology (Natural Science)*, 47(1): 47-53, 76 (钱妍, 张莉. 2024. 基于全变分加权差正则的高光谱图像去噪算法. 合肥工业大学学报(自然科学版), 47(1): 47-53, 76) [DOI: 10.3969/j.issn.1003-5060.2024.01.008]
- Tao D P, Lin X, Jin L W and Li X L. 2016. Principal component 2-D long short-term memory for font recognition on single Chinese characters. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 46(3): 756-765 [DOI: 10.1109/TCYB.2015.2414920]
- Wang Y, Peng J J, Zhao Q, Leung Y, Zhao X L and Meng D Y. 2018. Hyperspectral image restoration via total variation regularized low-rank tensor decomposition. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 11(4): 1227-1243 [DOI: 10.1109/JSTARS.2017.2779539]
- Wang Y F, Xu S, Cao X Y, Ke Q, Ji T Y and Zhu X X. 2023. Hyperspectral denoising using asymmetric noise modeling deep image prior. *Remote Sensing*, 15(8): 1970 [DOI: 10.3390/rs15081970]
- Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R and Simoncelli E P. 2004. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(4): 600-612 [DOI: 10.1109/TIP.2003.819861]
- Willett R M, Duarte M F, Davenport M A and Baraniuk R G. 2014. Sparsity and structure in hyperspectral imaging: sensing, reconstruction, and target detection. *IEEE Signal Processing Magazine*, 31(1): 116-126 [DOI: 10.1109/MSP.2013.2279507]
- Xu S, Cao X Y, Peng J J, Ke Q, Ma C and Meng D Y. 2022. Hyperspectral image denoising by asymmetric noise modeling. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60: 5545214 [DOI: 10.1109/TGRS.2022.3227735]
- Zhang H Y, Cai J Y, He W, Shen H F and Zhang L P. 2022a. Double low-rank matrix decomposition for hyperspectral image denoising and destriping. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60: 5502619 [DOI: 10.1109/TGRS.2021.3061148]
- Zhang L, Qian Y, Han J M, Duan P H and Ghamisi P. 2022b. Mixed noise removal for hyperspectral image with l_0 - l_1 - l_2 SSTV regularization. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 15: 5371-5387 [DOI: 10.1109/JSTARS.2022.3185657]
- Zheng Y B, Huang T Z, Zhao X L, Chen Y and He W. 2020. Double-factor-regularized low-rank tensor factorization for mixed noise removal in hyperspectral image. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 58(12): 8450-8464 [DOI: 10.1109/TGRS.2020.2987954]

Base space asymmetric laplacian total variational hyperspectral image denoising

SI Weina, YE Jun, JIANG Bin

School of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China

Abstract: Real hyperspectral images (HSIs) are vulnerable to high-intensity mixed noise, and how to accurately model the noise is important in the subsequent processing tasks. The method of asymmetric Laplacian noise modeling has achieved a good effect in removing mixed noise and has been widely studied and applied in the field of HSI denoising. This method considers the heavy tail and asymmetry of noise and models different noises in diverse bands. However, it ignores the inherent distribution characteristics of HSI gradient base space U_i and cannot retain the edge information and details of the image well, resulting in a poor restoration effect.

Considering that noise and gradient base space U_i have heavy tail and asymmetry, this study establishes an asymmetric model of noise and gradient base space and proposes a Base Space Asymmetric Laplacian Total Variational (BSALTV) HSI denoising model. The gradient base space U_i fully retains the prior information of the original HSI gradient map, which can reflect the sparse prior distribution characteristics of the gradient, showing a unique asymmetric distribution in different bands. The global low-rank information and noise distribution characteristics of different bands of the image are accurately mined by exploring the asymmetric distribution of gradient base space U_i and noise to avoid excessive smoothing. The correlation between spatial and spectral dimensions is utilized to improve the information retention

ability in the process of denoising.

The alternating direction method of multipliers is used to solve the model, and experiments are carried out on the simulated data set (Pavia and DC) and the real data set (urban) to verify the effectiveness of the proposed method in HSI denoising. Five existing HSI denoising methods are selected for comparison, namely, quantitative and visual comparison, to validate the performance of the proposed method. In the quantitative comparison, the PSNR and SSIM values obtained by the proposed method on the simulated data set are optimal in most cases, which fully proves the robustness of the proposed method in the HSI denoising task. In the visual comparison, by comparing the recovery effect diagrams and spectral characteristic curves of various comparison methods, this study determines that the proposed method not only retains a clearer structure and sharp edge but also realizes a more coherent spectral information reconstruction and shows better performance in preserving local details.

In sum, a BSALTV model for HSI mixed noise removal is proposed. By mining the deep structure information of HSI gradient base space and different noise patterns in diverse bands, the model efficiently reflects the sparse prior distribution characteristics of gradients, avoids excessive smoothing, preserves image edges and details, and improves the local smoothness of HSI to ensure sparsity. The proposed method is superior to other methods in synthetic and actual data.

Key words: hyperspectral image, denoising, noise modeling, asymmetric laplacian distribution, total variation, gradient basis space, sparse prior, alternate direction multiplier method

Supported by National Natural Science Foundation of China (No. 61971234); Intramural Fund of Nanjing University of Posts and Telecommunications (No. NY220209)